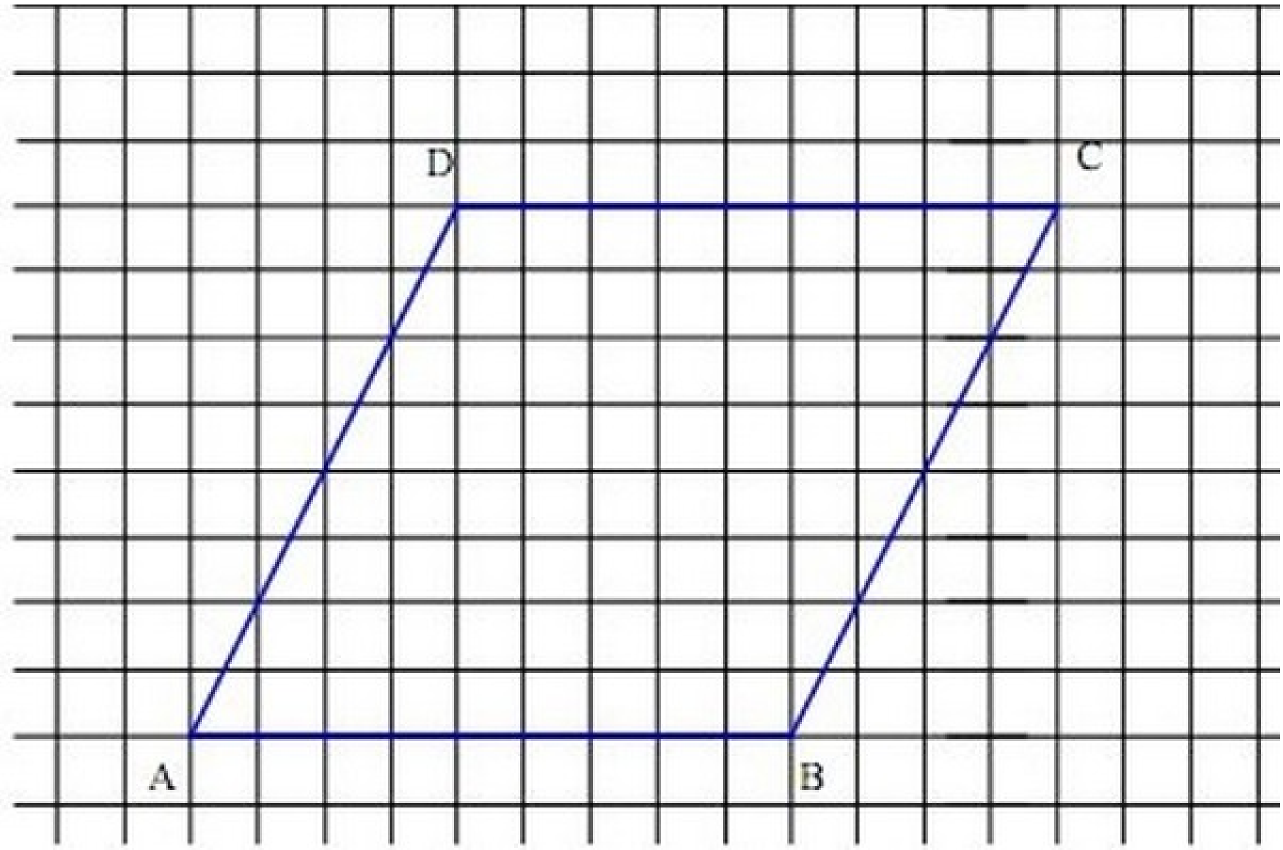
Vecteurs et parallèles.

Exercice :

Soit ABCD un parallélogramme et soit les points M,N et P définis par : $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

1. Construire les points M, N et P sur la figure ci-dessous. 2. On veut démontrer que les droites (BM) et (PN) sont parallèles. On propose deux méthode au choix :

Méthode A a) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$. b) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$. c) Conclure	Méthode B On se place dans le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ a) Donner (sans justification) les coordonnées des points A, B, C et D. b) Calculer les coordonnées des points M, N et P. c) Conclure

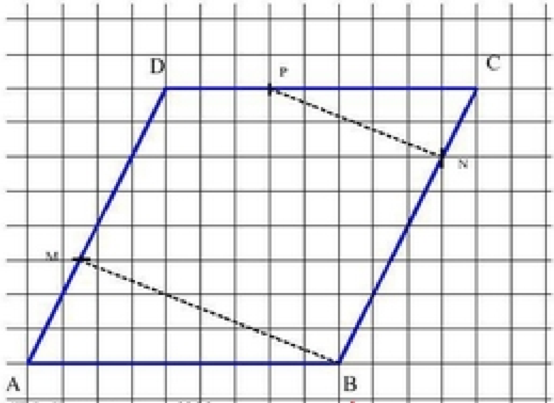


Correction de l'exercice :

Exercice :

méthode A

a) $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \boxed{-\overrightarrow{AB} + \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}}$



$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

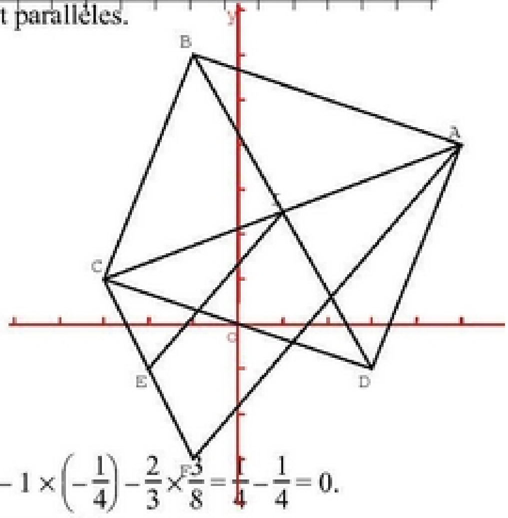
$= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD} = \boxed{\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}}$

b) $\overrightarrow{PN} = -\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{2}\right)\overrightarrow{AD}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$

Les vecteurs $\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires .

c) Les vecteurs $\overrightarrow{PN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires et les droites (PN) et (BM) sont parallèles.

méthode B



a) A(0 , 0), B(1 , 0), C(1 , 1) et D(0 , 1)

b) $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AD}$ donc $\boxed{M\left(0 , \frac{3}{8}\right)}$

$\overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{3}{4}(1-1) \\ y - 0 = \frac{3}{4}(1-0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{3}{4} \end{cases} \quad \boxed{N\left(1 , \frac{3}{4}\right)}$

$\overrightarrow{CP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{2}{3}(0-1) \\ y - 1 = \frac{2}{3}(1-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 1 \end{cases} \quad \boxed{P\left(\frac{1}{3} , 1\right)}$

c) $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} 0-1 \\ 3/8-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PN}\begin{pmatrix} 1-1/3 \\ 3/4-1 \end{pmatrix}$ on a $(0-1)\times\left(\frac{3}{4}-1\right) - \left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{8} = -1\times\left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{2}{3}\times\frac{3}{8} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0.$

Les vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{PN}$ sont colinéaires donc les droites (BM) et (PN) sont parallèles.