

Calcul littéral en troisième.

Un résumé chronologique de ce qui a été réalisé durant une année scolaire en classe de 3^{ème} concernant le calcul littéral.

Exercice 1 :

Développer et réduire l'expression littérale suivante :

$$E = (2x + 1)(3x + 2).$$

Exercice 3 (Objectif : savoir développer une expression littérale simple)

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 4(x + 3)$$

$$B = 9(y - 6)$$

$$C = (2z + 3)(z + 5)$$

$$D = (a - 4)(a - 7)$$

$$E = (b - 5)(2b + 3)$$

$$F = (-c + 3)(c - 6).$$

Exercice 3 (Objectif : maîtrise du calcul littéral)

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$E = (y + 6)(y + 2)$$

$$F = (y + 3)(y - 4)$$

$$G = (2y - 5)(y + 7)$$

$$H = (5 - y)(3 - 4y).$$

Exercice 4 (Objectif : maîtrise du calcul littéral)

Soit l'expression $E = (-3 + 2x)(5x - 2) + (25x^2 - 4) - 3(2 - 5x)$.

1) Développer et réduire E .

2) Calculer la valeur exacte de E lorsque : a) $x = 0$ b) $x = -\frac{1}{3}$.

Exercice 2 (Objectif : maîtrise du calcul littéral)

1) Développer et réduire les expressions suivantes.

$$A = (x+5)(x+3)$$

$$B = (3y-7)(2+y)$$

$$C = (-z+3)(5z-2)$$

$$D = 5(2x+3) + 7x$$

$$E = 12(u-3) + (3u-1)(5u+4) - 2$$

2-a) Calculer l'expression B lorsque $y = 2$.

2-b) Calculer l'expression D lorsque $x = -1$.

Exercice 3 (Objectif : maîtrise des programmes de calcul)

Voici un programme de calcul :

« Choisis un nombre, lui ajouter 5, tripler le résultat obtenu puis lui retrancher 10, retrancher au nombre obtenu le double du nombre choisi. »

1) Appliquer ce programme pour les nombres 2 ; 5 ; 10.

2) Ecrire une expression littérale correspondant à ce programme en appelant x le nombre choisi.

Exercice 5 (Objectif : résoudre des équations du 1^{er} degré)

Résoudre les équations suivantes :

$$3 + 4x = 2x - 1$$

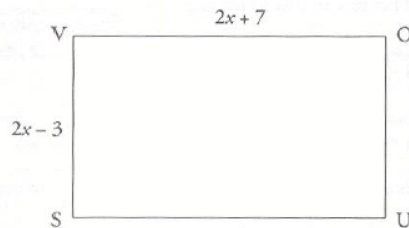
$$5y - 1 = 4 - 7y$$

$$8(2z - 3) = 5 + 4(z + 1).$$

Exercice 6 (Objectif : calcul littéral et géométrie)

Dans cet exercice, x est un nombre supérieur à 2.

On considère un rectangle $VOUS$ tel que $VO = 2x + 7$ et $VS = 2x - 3$.



1) On donne $E = (2x + 7)(2x - 3)$ et $G = 2(2x + 7) + 2(2x - 3)$.

a) Développer et réduire E .

b) Développer et réduire G .

2) Que représente, géométriquement, l'expression E ? l'expression G ?

3) Déterminer x pour que VO soit le double de VS . Que vaut la valeur de G dans ce cas ?

Exercice 2 (Sur 3)

1) Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

$$A = 3y(5 + 2y)$$

$$B = (x + 4)(3x - 4).$$

2) Calculer l'expression B pour $x = -2$.

Exercice 5 (Sur 2,5)

Résoudre les équations suivantes :

a) $5x + 7 = 67$

b) $3 + 2y = y - 7$.

Exercice 6 (Sur 3)

Trois entiers consécutifs ont pour somme 9771. Combien valent ces trois nombres ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.

Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 (Objectif : DNB)

2 est-il solution de l'équation $2a^2 - 3a - 5 = 1$? Justifier.

Exercice 2 (Objectif : résolution d'équations)

Résoudre les équations suivantes :

$$4 + 3x = 5x - 2$$

$$2y + 7 = 3 - 4y$$

$$2(4 - 3z) = 1 + 3(2z + 3).$$

Exercice 3 (Objectif : maîtrise des programmes de calcul)

Voici un programme de calcul :

« Choisis un nombre, lui ajouter 4, doubler le résultat obtenu puis lui retrancher 7, retrancher au nombre obtenu le triple du nombre choisi. »

- 1) Appliquer ce programme pour le nombre 2.
- 2) Ecrire une expression littérale correspondant à ce programme en appelant x le nombre choisi. Développer et réduire cette expression.

Exercice 6 (Objectif : DNB)

Ce semestre, la moyenne de Kévin en mathématiques est 13.

Il a effectué cinq contrôles, mais il ne se souvient que de quatre notes : 09 ; 16 ; 12 ; 13.

Quelle est la note de son cinquième devoir ? Justifier soigneusement.

Exercice 7 (Objectif : liaison collège/lycée)

Trois cousins ont respectivement 32, 20 et 6 ans.

Dans combien d'années l'âge de l'aîné sera-t-il égal à la somme des âges des deux autres ?

Exercice 2 (Objectif : résolution d'équations)

Résoudre les équations suivantes :

$$2 + 5x = 9x - 3$$

$$2y - 4 = 8 - y$$

$$4(z - 6) = 2(2z + 3) + 3z.$$

Exercice 5 (Objectif : prise d'initiative)

Julie a dépensé la moitié de ses économies pour l'achat de livres. Elle a en plus payé 7 € pour une place de cinéma. Il lui reste exactement le tiers de ses économies.

Quel était le montant des économies de Julie ? Justifier.

Exercice 6 (Objectif : maîtrise des notions de statistiques)

On a relevé la taille, en cm, de dix des onze joueurs d'une équipe de football professionnelle :

189 180 181 176 178 183 173 178 185 178.

- 1) Combien vaut l'étendue parmi ces dix joueurs ?
- 2) Il manque la taille du gardien de but, qui est supérieure à celle des autres joueurs. Trouver la taille médiane dans cette équipe de football.
- 3) Sachant que la taille moyenne des onze joueurs est 181 cm, calculer la taille du gardien de but.

Exercice 6 (Objectif : entretien des connaissances géométriques des années précédentes)

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AB = 7,2$ cm et $AC = 5,4$ cm.

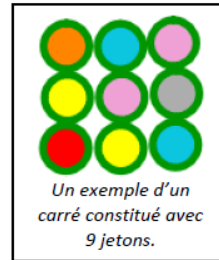
- 1) Tracer ABC . Placer le point H sur $[BC]$ tel que la droite (AH) soit une hauteur du triangle ABC .
- 2) Calculer l'aire du triangle ABC .
- 3) En déduire AH .

Énoncé du problème

Fabien possède une collection de jetons multicolores tous du même diamètre. En disposant ses jetons les uns à côté des autres, il a réussi à constituer un carré. Mais il est déçu car 15 jetons n'ont pas été utilisés.

Il décide alors de constituer un carré plus grand, avec un jeton de plus sur chaque côté. Nouvelle déconvenue ! Cette fois, il lui manque 28 jetons pour obtenir son carré.

De combien de jetons la collection de Fabien est-elle constituée ?



Exercice 1 (Objectif : utilisation des identités remarquables)

Développer les expressions littérales suivantes :

$$A = (x + 7)^2 \quad B = (2y - 3)^2 \quad C = (5 - 2z)(5 + 2z).$$

Exercice 4 (Objectif : application des identités remarquables)

1) Sophie dit qu'elle peut calculer mentalement 201^2 . Comment fait-elle ?

2) Même question avec 399×401 .

Exercice 3 (Objectif : maîtrise du calcul littéral et des identités remarquables)

1) Développer et réduire les expressions suivantes.

$$A = (x + 4)^2 \quad D = (2x + 6)^2 + (x + 2)(x - 2)$$

$$B = (5x - 1)^2 + (3x + 5)(x - 3) \quad E = (x - 9)^2 + (2x + 1)^2$$

$$C = 8 + 5x^2 + (2x - 2)(2x + 2) \quad F = (x + 8)(x - 8) - (x + 7)(x - 7)$$

2) Calculer l'expression E pour $x = -2$.

Exercice 5 (Objectif : DNB)

On donne le programme de calcul ci-contre :

1) Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :

a. Le nombre choisi est 12.

b. Le nombre choisi est x .

2) Quel nombre doit-on choisir pour que le résultat soit égal à 14 ?

Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 4.
Ajouter 6.
Ecrire le résultat.

Exercice 2 (Sur 5)

Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

$$A = (2x + 7)^2 \quad B = (y - 1)^2 \quad C = (8y + 5)(8y - 5) \quad D = 3(z - 2) + (5 - 2z)^2$$

Exercice 3 (Sur 5,5)

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.
- Soustraire 1.

1-a) Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 10 et montrer qu'on obtient 20.

1-b) Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est -3 et montrer qu'on obtient -6.

1-c) Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 1,5.

2) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Quelle conjecture peut-on faire à propos du résultat fourni par ce programme de calcul ? Démontrer cette conjecture.

Exercice 5 (Sur 3)

On considère la fonction f définie par $f : x \mapsto 5x^2 - 4x + 3$.

- 1) Calculer l'image de 0 par la fonction f .
- 2) Calculer $f(-3)$.
- 3) 0,8 est-il un antécédent de 3 par la fonction f ? Justifier.

La technique est à nouveau retrouvée dans le chapitre.

Exercice 1 (Objectif : maîtrise du calcul littéral)

Développer, réduire et ordonner les expressions littérales suivantes :

$$A = (t + 2)^2 \quad B = (3y - 7)^2 \quad C = (4 - 9z)(4 + 9z)$$
$$D = (3x - 5)^2 - (x - 2)(x + 3) \quad E = -(7 - 2x)(7 + 2x) + (2x + 5)^2$$

Exercice 6 (Objectif : maîtrise du calcul littéral)

Factoriser les expressions suivantes

$$A = (3x + 2)(2x + 1) + (3x + 2)(4x - 7) \quad C = 6x(x + 1) + (x + 1)^2$$
$$B = (1 - 2x)(5x - 2) - (3x - 5)(1 - 2x) \quad D = (2x + 4)^2 + (2x + 5)(2x + 4)$$

Exercice 1 (Objectif : maîtrise du calcul littéral)

Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (2x + 5)(3x + 1) + (2x + 5)(3x - 8) \quad B = 7x(3x - 2) - (3x - 2)^2$$

Exercice 2 (Equations du 1^{er} degré)

Résoudre les équations suivantes :

a) $4x + 9 = 63$

b) $13 + 2y = y - 6$

c) $\frac{7z}{4} = \frac{42}{5}$.

Exercice 3 (Equations du 1^{er} degré)

Si l'on augmente la longueur du côté d'un carré de 3 centimètres, son aire augmente de 36 centimètres carrés. Quelle est la longueur initiale de son côté ? (Penser à mettre en équation le problème.)

Exercice 7 (Calcul littéral : développer et réduire)

1) Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

$A = 5x(x + 2) - 1$

$B = (2 + x)(3x - 1)$

$C = (4y - 3)^2$

$D = (3 - z)(3 + z)$

$E = (7x + 5)^2$

$F = (3 - 2x)^2 - (5x + 1)(x + 2)$.

2) Calculer l'expression B pour $x = -3$.**Exercice 9 (Factorisations)**

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 18x^2 + 9x$

$B = (2y + 3)(5y + 7) + (2y + 3)(y - 5)$

$C = (5 - z)^2 + (3z + 1)(5 - z)$

$D = (3x + 1)(4x - 3) - 5(4x - 3)$

$E = (7 - 2y)(y + 3) - (7 - 2y)(4y - 1)$.

Exercice 1 (Objectif : DNB)On considère l'expression littérale A :

$$A = (2x + 5)(x - 4) + (2x + 5)^2.$$

1) Développer et réduire A .2) Factoriser A .3) Calculer A pour $x = 3$.**Exercice 2 (Objectif : DNB)**On considère l'expression littérale B :

$$B = (3y - 1)^2 - (2y + 1)(3y - 1).$$

1) Développer et réduire B .2) Factoriser B .3) Calculer B pour $y = -2$.**Exercice 1 (Sur 5,5)**

Factoriser les expressions suivantes :

$A = (7x + 3)(2x + 1) + (7x + 3)(1 + x)$

$B = (y + 3)(5y - 1) - 5(5y - 1)$

$C = (4x + 1)^2 + (4x + 1)(x - 2)$

$D = 25y^2 + 10y$

$E = (3x - 1)(2x + 5) - (3x - 1)(x - 4)$.

Exercice 3 (Objectif : développements d'expressions littérales)

1) Rappeler les identités remarquables. (Elles seront utiles dans les trois derniers calculs de la prochaine question.)

2) Développer et réduire les expressions littérales suivantes :

$$A = (4x - 7)(2x + 9) \qquad B = -7y(3 - 2y) \qquad C = 5z - (-2z^2 + 4z - 1)$$
$$D = (2x + 9)^2 \qquad E = (5 - 3y)(5 + 3y) \qquad F = (7z - 4)^2.$$

3) Calculer la valeur de A lorsque $x = -3$.

Exercice 4 (Objectif : factorisations d'expressions littérales)

Factoriser les expressions littérales suivantes :

$$A = 7x^2 + 14x \qquad B = (2 - 3y)(5y + 4) + 3(2 - 3y)$$
$$C = (4z + 1)(3z - 5) - (2z - 1)(4z + 1).$$

Exercice 6 (Objectif : lycée) – Exercice facultatif.

Soit ABC un triangle rectangle isocèle en A tel que $AB = 5$ cm.

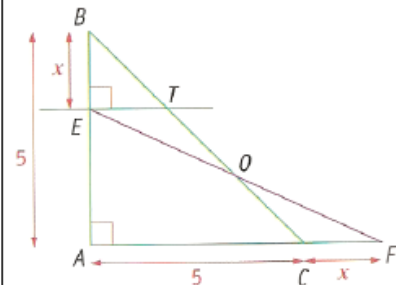
On place un point E sur le segment $[AB]$ tel que $BE = x$.

Sur la demi-droite $[AC)$, on place un point F tel que $C \in [AF]$ et $CF = x$.

La droite (EF) coupe la droite (BC) en un point O .

La droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point E coupe la droite (BC) en un point T .

Montrer que l'aire du triangle OTE est égale à l'aire du triangle OCF .



Exercice 6 (Objectif : lycée) – Exercice facultatif.

On considère les expressions R et S suivantes :

$$R = (2x - 5)(3x + 7) - 2(2x - 5)(x - 3) \qquad ; \qquad S = (2y + 9)(1 + 2y) - 4(1 + 2y)^2.$$

1) Factoriser les expressions R et S .

2) Développer et réduire les expressions R et S .

3) Calculer la valeur de R pour $x = \frac{-13}{2}$ et la valeur de S pour $y = \frac{5}{6}$.

Un professeur demande à sa classe : « Trouver deux nombres entiers consécutifs dont le produit est égal à leur somme augmentée de 1 ».

a. Noter n le plus petit de ces deux nombres entiers.

Traduire la phrase du professeur par une équation d'inconnue n .

b. Résoudre cette équation. Conclure pour le problème posé par le professeur.

Exercice 4 (Objectif : factorisations avec identités remarquables)

Factoriser les expressions littérales suivantes.

$$A = t^2 + 81 + 18t$$

$$B = x^2 - 12x + 36$$

$$C = \pi^2 + 10\pi + 25$$

$$D = 36 - 25x^2$$

$$E = (2x+1)^2 - 25$$

$$F = (3i+7)^2 - (i+5)^2.$$

Exercice 5 (Objectif : résolution d'équations-produits)

Résoudre les équations-produits suivantes :

$$(2x-4)(x+3) = 0$$

$$y(3-2y) = 0$$

$$(3z+4)(2z-5) = 0.$$

Exercice 6 (Objectif : factorisations et équations-produits)

Après avoir effectué une factorisation, résoudre les équations suivantes :

$$a) (5x+7)(x-2) + (5x+7)(x+4) = 0$$

$$b) (x+3)(x-7) - (x+3)(11-2x) = 0$$

$$c) (x+2)(x-5) + (x+11)(x+2) = 0$$

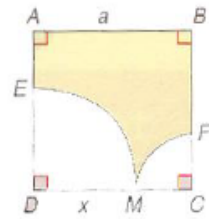
$$d) (5+5x)(2x-3) - (5+5x)(x+4) = 0.$$

Exercice 7 (Objectif : lycée) – Exercice facultatif.

La figure ci-contre représente un carré $ABCD$ de côté a . On a tracé l'arc de cercle EM de centre D , de rayon $DM = x$, et l'arc de cercle MF de centre C , de rayon CM .

1) Montrer que le périmètre P de la surface colorée est égal à $2a + \frac{\pi a}{2}$.

2) Montrer que P est une fonction linéaire de variable a .



Exercice 3 (Objectif : DNB)

On considère l'expression $E = (4x - 3)^2 + (4x - 3)(x + 5)$.

- 1) Développer et réduire l'expression E .
- 2) Factoriser l'expression E .
- 3) Résoudre l'équation $(4x - 3)(5x + 2) = 0$.

Exercice 4 (Objectif : factorisations avec identités remarquables)

Factoriser les expressions littérales suivantes.

$$A = x^2 + 18x + 81$$

$$B = 4x^2 - 12x + 9$$

$$C = 25y^2 - 16.$$

Exercice 5 (Objectif DNB)

1) On considère l'expression: $E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$.

1-a) Développer et réduire E .

1-b) Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de $99997^2 - 99999 \times 99998$?

2-a) Factoriser l'expression: $F = (4x + 1)^2 - (4x + 1)(7x - 6)$.

2-b) Résoudre l'équation: $(4x + 1)(7 - 3x) = 0$.

Exercice 6 (Objectif : DNB)

On a posé à des élèves de 3e la question suivante :

« Est-il vrai que, pour n'importe quelle valeur du nombre x , on a : $5x^2 - 10x + 2 = 7x - 4$? »

– Léa a répondu : « Oui, c'est vrai. En effet, si on remplace x par 3, on a : $5 \times 3^2 - 10 \times 3 + 2 = 17$ et $7 \times 3 - 4 = 17$ ».

– Myriam a répondu : « Non, ce n'est pas vrai. En effet, si on remplace x par 0, on a :

$$5 \times 0^2 - 10 \times 0 + 2 = 2 \text{ et } 7 \times 0 - 4 = -4 \text{ ».}$$

Une de ces deux élèves a donné un argument qui permet de répondre de façon correcte à la question posée dans l'exercice. Indiquer laquelle en expliquant pourquoi.

Exercice 7 (Objectif : lycée) – Exercice facultatif.

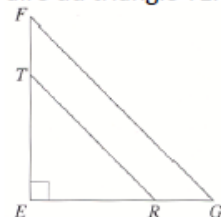
On considère la figure ci-contre dans laquelle les triangles TER et GEF sont des triangles rectangles isocèles en E .

$ER = ET = x$ cm (avec $x > 0$) ; $RG = TF = 5$ cm. On souhaite déterminer x afin que l'aire du triangle TER soit égale au quart de l'aire du triangle GEF .

1) Exprimer, en fonction de x , les aires des triangles TER et GEF .

2) Montrer que le problème revient à résoudre l'équation : $4x^2 - (x + 5)^2 = 0$.

3) Résoudre cette équation et conclure.



Exercice 1 (Objectif : résolution de l'équation $x^2 = a$)

Résoudre les équations suivantes :

$$x^2 = 7225 \qquad y^2 - 49 = 15 \qquad 3z^2 + 1 = 364.$$

Exercice 2 (Objectif : calcul littéral et géométrie)

Les questions 1 et 2 sont largement indépendantes

Dans cette figure, $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés.

On suppose également que $0 < x < 4$.

1-a) Calculer AH en fonction de x .

1-b) En déduire l'aire de $AHIJ$ en fonction de x .

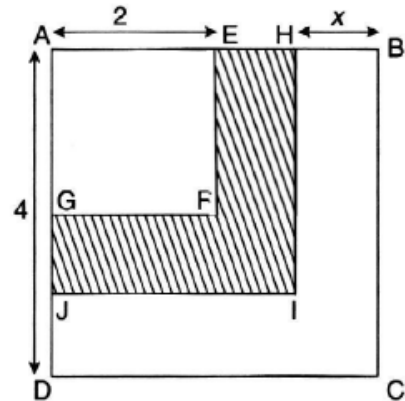
1-c) Démontrer que l'aire la partie hachurée est : $(4-x)^2 - 4$.

2-a) Développer et réduire $F = (4-x)^2 - 4$.

2-b) Factoriser F .

2-c) Résoudre l'équation $(-x+2)(-x+6) = 0$.

2-d) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de la partie hachurée est-elle nulle ?



Exercice 5 (Sur 3,5)

Soit l'expression littérale $E = (2x - 3)^2 + (2x - 3)(x - 1)$.

1) Développer et réduire l'expression E .

2) Factoriser l'expression E .

3) Résoudre l'équation $(2x - 3)(3x - 4) = 0$.

Exercice 8 (Sur 4)

La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par :

$$g(x) = 5x^2 + x - 7 \text{ et } h(x) = 2x - 7.$$

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

	B2	f_x	$=5*B1^2+B1-7$			
	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

1) Donner un nombre qui a pour image -1 par la fonction g .

2) Ecrire les calculs montrant que : $g(-2) = 11$.

3) Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

4-a) Déduire du tableau une solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$.

4-b) Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ? Si oui, laquelle ?

Défi « factorisations »

L'objectif est de factoriser les cinq expressions littérales proposées ci-dessous.

$$A = (3 - x)(2x + 1) + (x - 3)(7x + 5)$$

$$B = (2y + 5)(6y + 2) + (9y + 3)(2y + 6)$$

$$C = (4t^2 + 9) - 12t$$

$$D = 81z^2 + (9z + 1)(3z + 4) + 1 + 18z$$

$$E = (2x - 3)^2 - x^2 - (2x + 1)$$

- Indique à chaque fois quelle démarche tu souhaites entreprendre au vu de ton expérience.
- Effectue ensuite la factorisation en précisant les différentes étapes.
- En cas de blocage, indique-le et précise ton problème.
- Si tu utilises le logiciel WxMaxima (après accord du professeur), précise ce que tu as fait et en quoi le logiciel t'a aidé à mener à bien les calculs.