BREVET — 2021 — AMÉRIQUE DU NORD — SÉRIE GÉNÉRALE

CORRECTION

Le premier sujet de brevet post COVID. Un sujet assez court avec deux exercices où aucune justification n'est demandée. L'exercice d'algorithmique est original.

EXERCICE nº 1 — Six affirmations *26 points*

Fonctions — Calcul littéral — Arithmétique — Probabilités — Trigonométrie — Théorème de Pythagore

Un exercice varié qui ne présente pas de difficulté particulière.
Seule la valeur approchée de l'affirmation nº 6 peut être une source d'erreur.

Il faut absolument justifier ses réponses dans ce genre d'exercice!
1. *La fonction f est affine mais cela ne joue pas de rôle dans cet exercice.*

$f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$

Affirmation nº 1 : Fausse

On remarque que $f(2) = 3 \times 2 - 7 = 6 - 7 = -1$
Ainsi l'image de 2 est -1 par la fonction f ou encore -1 est l'image de 2.

2. Développons E :
$E = (x-5)(x+1)$
$E = x^2 + x - 5x - 5$

Je déconseille d'écrire les détails de calculs comme $x \times x$ ou $-5 \times x$. Il faut faire ce travail de tête et écrire directement chaque terme. Cela évite les erreurs car les détails des produits rendent l'écriture confuse.

$E = x^2 - 4x - 5$

Affirmation nº 2 : Vraie

3. $2^5 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 1 = 32 + 1 = 33$.
Or $33 = 3 \times 11$ il n'est pas premier!

Affirmation nº 3 : Fausse

Cette affirmation me fait penser aux nombres de la forme $M_n = 2^n - 1$ sont des nombres de Mersenne (Marin Mersenne, moine et mathématicien français (1588-1648)). Quand un nombre de Mersenne est premier alors n est premier (la réciproque est fausse, $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2\,047 = 23 \times 89$.
Celui de l'exercice est premier, il s'agit de M_5. On connaît à ce jour 51 nombre de Mersenne premier. Le plus grand est $M_{82\,589\,933}$.

4. La somme des fréquences d'apparition doit être égale à 1.

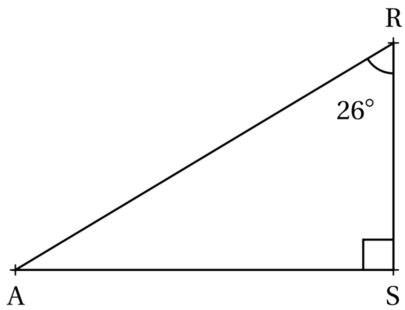
On a : $\dfrac{3}{15}+\dfrac{4}{15}+\dfrac{5}{15}+\dfrac{2}{15}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{15}{15}=1$.

Ainsi la fréquence d'apparition du 6 vaut 0.

$\boxed{\textbf{Affirmation n° 4 :} \text{ Vraie}}$

5.

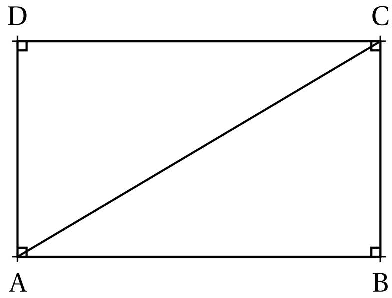
Dans le triangle ARS rectangle en S.
[AS] est le côté opposé à l'angle $\widehat{\text{ARS}}$ et [RS] est le côté adjacent de cet angle.
Nous allons donc utiliser la tangente de l'angle à 26°.



$\tan 26° = \dfrac{80\,\text{cm}}{\text{RS}}$ donc $\text{RS} = \dfrac{80\,\text{cm}}{\tan 26°} \approx 164\,\text{cm}$

$\boxed{\textbf{Affirmation n° 5 :} \text{ Vraie}}$

6.



On sait que dans un rectangle les diagonales ont la même longueur.
Calculons la mesure de la diagonale [AC] dans le triangle ABC rectangle en B.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{BA}^2+\text{BC}^2=\text{AC}^2$$
$$160^2+95^2=\text{AC}^2$$
$$25\,600+9\,025=\text{AC}^2$$
$$\text{AC}^2=34\,625$$
$$\text{AC}=\sqrt{34\,625}$$
$$\text{AC}\approx 186,08$$

Or $186^2 = 34\,596$ donc $\text{AC} \neq 186$.

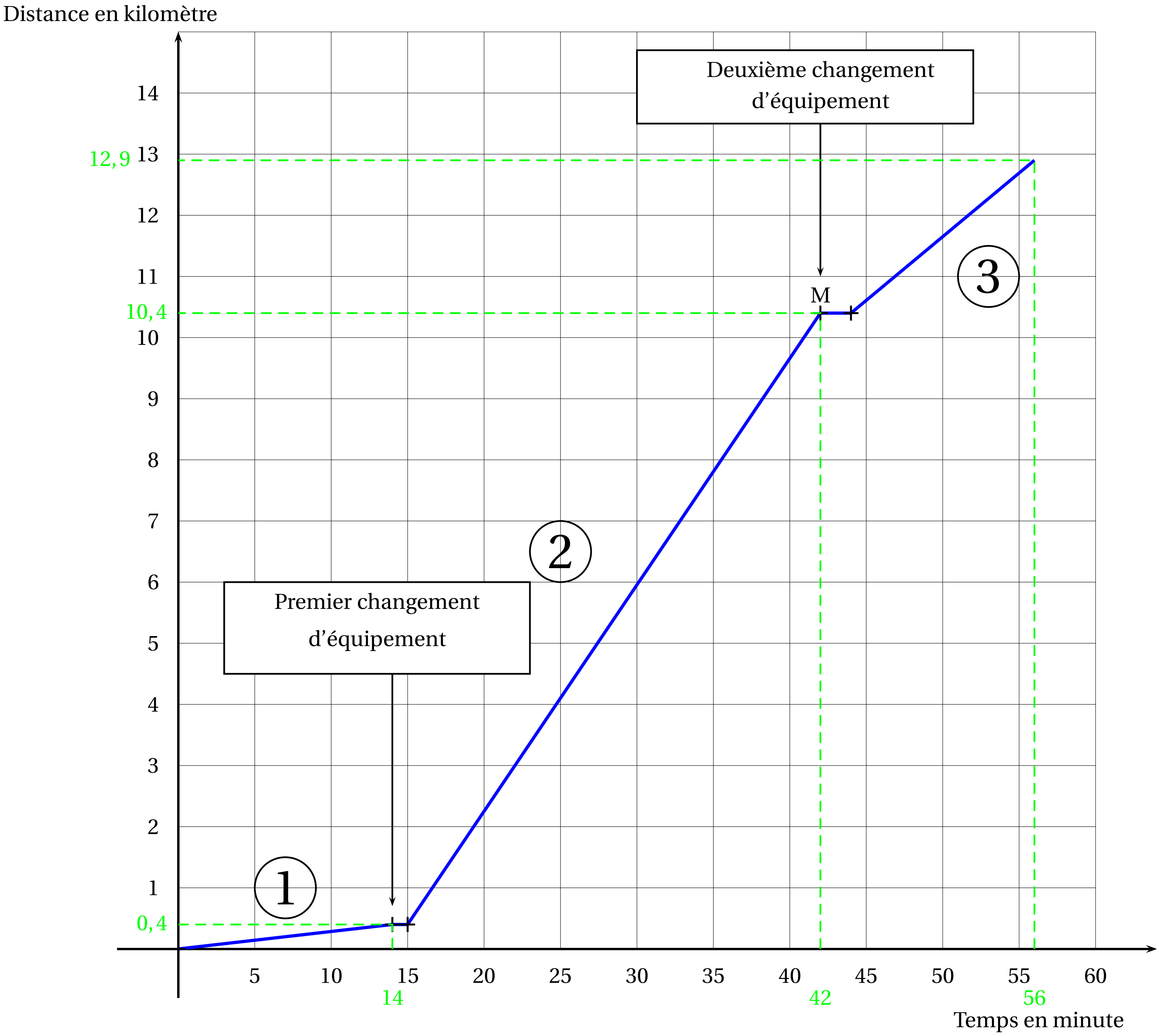
$\boxed{\textbf{Afirmation n° 6 :} \text{ Fausse}}$

Attention à ne pas se laisser abuser par la valeur approchée de $\sqrt{34625}$!

Exercice n° 2 — Le triathlon *21 points*

Lecture graphique — Vitesse

*Un exercice classique de lecture graphique. La question **4.** est délicate : entre interprétation graphique et calculs !*



1. $\boxed{\text{D'après le graphique, le premier changement a eu lieu après environ 14 min}}$

2. On sait que l'épreuve de natation se fait sur une distance de 400 m = 0,4 km.
Le point M a pour ordonnée 10,4 ce qui signifie que l'épreuve de course à pied débute après 10,4 km de course.

$\boxed{\text{La distance de l'épreuve de cyclisme vaut } 10{,}4\,\text{km} - 0{,}4\,\text{km} = 10\,\text{km}}$

3. On sait que l'épreuve de course à pied débute après 42 min puisque le point M a pour abscisse 42.
D'après le graphique cette épreuve se termine après 56 min.

$\boxed{\text{Elle a parcouru la dernière épreuve en } 56\,\text{min} - 42\,\text{min} = 14\,\text{min.}}$

4. *Cette question est difficile! Pour justifier le résultat on peut utiliser un résultat sur le coefficient directeur des fonctions affines (mais ce n'est pas au programme) ou par le calcul... Dans ce cas il faut calculer trois vitesses!*

En observant les segments qui correspondent à la progression sur chaque étape, on constate que la pente est la plus faible pour la natation. Il s'agit certainement de l'épreuve pour laquelle la vitesse est la plus faible. Vérifions ce résultat :

Vitesse pour l'épreuve de natation :

Elle a parcouru 400 m en 14 min soit $\dfrac{400\,\text{m}}{14\,\text{min}} \approx 28,6\,\text{m/min}$

Vitesse pour l'épreuve de cyclisme :

Elle a parcouru 10 km = 10 000 m en 42 min − 15 min = 27 min soit $\dfrac{10\,000\,\text{m}}{27\,\text{min}} \approx 370,4\,\text{m/min}$

Vitesse pour l'épreuve de course à pied :

Elle a parcouru 2,5 km = 2 500 m en 14 min soit $\dfrac{2\,500\,\text{m}}{14\,\text{min}} \approx 178,6\,\text{m/min}$

Elle a été le moins rapide sur l'épreuve de natation.

4. Elle a parcouru l'ensemble du triathlon soit 12,9 km en 56 min.
Pour calculer la vitesse moyenne on considère que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	12,9 km	$\dfrac{60\,\text{min} \times 12,9\,\text{km}}{56\,\text{min}} \approx 13,82\,\text{km}$
Temps	56 min	1 h = 60 min

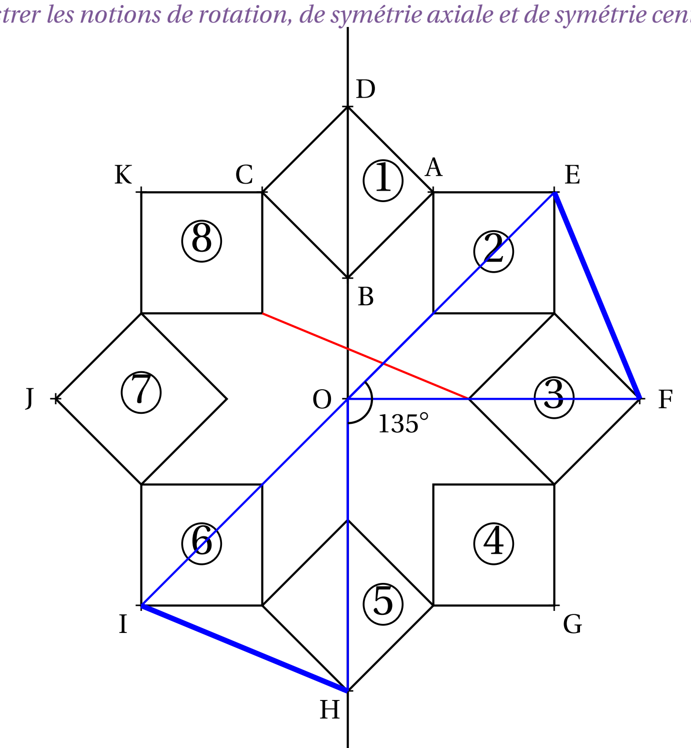
Cela représente une vitesse d'environ 13,82 km/h.

La vitesse moyenne de l'athlète n'est donc pas supérieure à 14 km/h !

Exercice n° 3 — Étoile et transformations géométriques *16 points*

Rotation — Symétrie axiale — Symétrie centrale

Un exercice intéressant pour illustrer les notions de rotation, de symétrie axiale et de symétrie centrale.



1. Le carré 2 et le carré 8

ou Le carré 3 et le carré 7

ou Le carré 4 et le carré 6

2. Non

On constate que l'orientation des carrés n'est pas la même. On remarque aussi que les points des deux carrés ne sont pas alignés avec le centre O. *(Voir segment rouge).*

3. Le carré 8 devient le carré 1

4. On constate que le point E devient H et que le point F devient I (voir segment bleu).

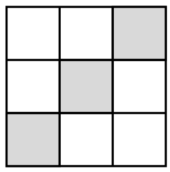
Le segment [EF] a pour image le segment [IH]

Exercice n° 4 — Le carré programmable *16 points*

Algorithmique

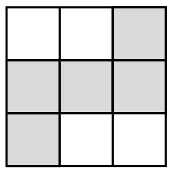
Un exercice original qui traite d'algorithmique : sans Scratch pour une fois !!

1. Avec l'instruction A B on obtient le motif suivant :

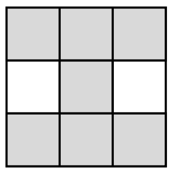


2.

Avec l'instruction A B C on obtient le motif suivant :

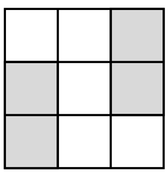


Avec l'instruction C E on obtient le motif suivant :

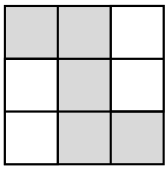


Déterminons le motif obtenu avec le code B C E C.

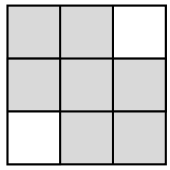
Avec B C on obtient :



Puis E :

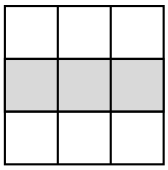


Enfin l'instruction B C E C on obtient le motif suivant :

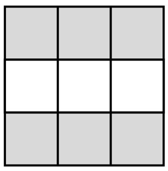


Déterminons le motif obtenu avec le code C A E A.

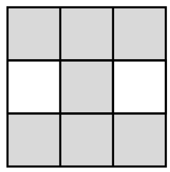
Avec C A on obtient :



Puis E :

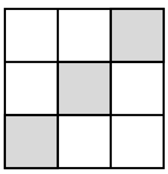


Enfin l'instruction C A E A on obtient le motif suivant :



$\boxed{\text{Les deux propositions sont les } \textbf{Proposition n}^{\textbf{o}}\textbf{ 2} \text{ et } \textbf{Proposition n}^{\textbf{o}}\textbf{ 4}}$

3. En effectuant l'instruction A B ou B A on obtient :



Puis il faut inverser les couleurs.

$\boxed{\text{L'instruction cherchée est A B E ou B A E}}$

Exercice n° 5 — La rénovation de la salle de bain

21 points

Aire du rectangle — Tâche complexe — Pourcentage

Une tâche complexe assez classique.

1. Nous allons calculer l'aire des faces latérales de la pièce puis retirer l'aire de la porte et de la fenêtre.

Aire de la face avant : $3{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 8{,}75\,\text{m}^2$

Aire de la face latérale gauche : $2{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 6{,}25\,\text{m}^2$

Somme des faces latérales : $2 \times 8{,}75\,\text{m}^2 + 2 \times 6{,}25\,\text{m}^2 = 17{,}5\,\text{m}^2 + 12{,}5\,\text{m}^2 = 30\,\text{m}^2$

Aire de la porte : $0{,}80\,\text{m} \times 2{,}10\,\text{m} = 1{,}68\,\text{m}^2$

Aire de la fenêtre : $1{,}20\,\text{m} \times 1{,}60\,\text{m} = 1{,}92\,\text{m}^2$

La surface a recouvrir mesure $30\,\text{m}^2 - 1{,}68\,\text{m}^2 - 1{,}92\,\text{m}^2 = 26{,}4\,\text{m}^2$

2. On sait qu'un rouleau coûte 16,95 € et que un rouleau recouvre une surface de $5{,}3\,\text{m}^2$.

$$\frac{16{,}95\,€}{5{,}3} \approx 3{,}20\,€$$

Un mètre carré de papier peint coûte environ 3,20 €.

3. La surface totale à recouvrir mesure $26{,}4\,\text{m}^2$ et un rouleau recouvre $5{,}3\,\text{m}^2$.

$$\frac{26{,}4\,\text{m}^2}{5{,}3\,\text{m}^2} \approx 4{,}98$$

Il faut donc 5 rouleaux. En suivant les conseils du vendeur, nous en prendrons 6.

Pour 4 rouleaux il faut un pot de colle, nous allons donc en prendre deux.

Le prix à payer est donc : $6 \times 16{,}95\,€ + 2 \times 5{,}70\,€ = 101{,}70\,€ + 11{,}40\,€ = 113{,}10\,€$.

En suivant les conseils du vendeur, le prix de la rénovation coûtera 113,10 €.

4. On peut utiliser le coefficient de réduction : $1 - \dfrac{8}{100} = \dfrac{92}{100}$.

Ainsi $\dfrac{92}{100} \times 113{,}10\,€ \approx 104{,}05\,€$

On pouvait aussi calculer la réduction puis la déduire.

Après la réduction le prix payé sera environ 104,05 €