CORRECTION DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES

Exercice n° 1 : 5 points

1) On sait que, parmi les quatre propositions, une seule est correcte. Cela signifie que l'une des propositions convient alors c'est la bonne. La bonne réponse est la réponse C.

Il y a 12 voitures et donc 16 motos (28 – 12 = 16).

Le nombres de roues total est $12 \times 4 + 16 \times 2 = 48 + 32 = 80$

Remarque : la réponse A (par exemple) ne peut pas convenir. Avec 20 voitures, on aurait 8 motos et donc un nombre de roues égal à $20 \times 4 + 8 \times 2 = 80 + 16 = 96 \neq 80$

2) La bonne réponse est la réponse A.

Si $x = -4$ alors $x^2 + 3x + 4 = (-4)^2 + 3 \times (-4) + 4 = 16 - 12 + 4 = 4 + 4 = 8$

3) La bonne réponse est la réponse C. Pour additionner deux fractions, on les écrit avec un dénominateur commun.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

4) La bonne réponse est la réponse D

Tout nombre décimal positif, non nul, peut s'écrire sous la forme $\mathrm{a} \times 10^{\mathrm{n}}$, où a est un nombre décimal tel que :

$1 \leq \mathrm{a} < 10$ et n un entier relatif. C'est ce qu'on appelle l'écriture scientifique d'un nombre décimal positif.

$$1\,500\,000\,000 = 15 \times 100000000 = 15 \times 10^8 = 1{,}5 \times 10 \times 10^8 = 1{,}5 \times 10^1 \times 10^8 = 1{,}5 \times 10^9$$

5) La bonne réponse est la réponse A.

$(x-2)(x+2) = x^2 - 4$. Il s'agit de l'identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

Exercice n° 2 : 6 points

1) La décomposition en facteurs premiers des nombres entiers 108 est :

$$108 = 2 \times 54 = 2 \times 2 \times 27 = 2 \times 2 \times 3 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$$

La décomposition en facteurs premiers des nombres entiers 225 est

$$225 = 5 \times 45 = 5 \times 5 \times 9 = 5 \times 5 \times 3 \times 3 = 5^2 \times 3^2$$

2) Pour rendre une fraction irréductible, on décompose son numérateur et son dénominateur en un produit de facteurs premiers puis on simplifie cette fraction par tous les facteurs communs.

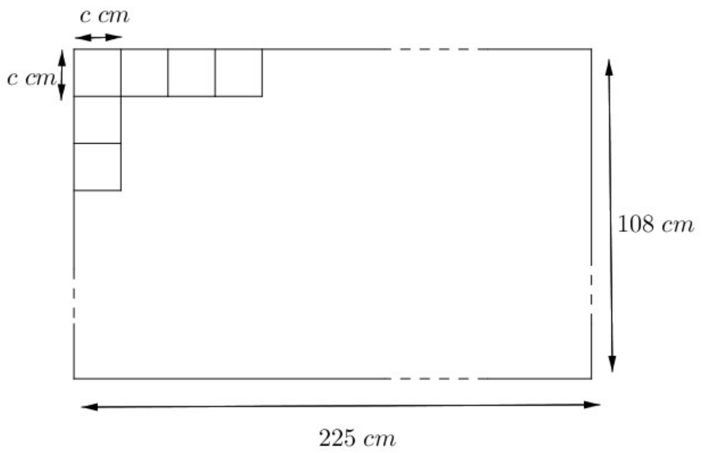
$$\frac{108}{225} = \frac{2^2 \times 3^3}{5^2 \times 3^2} = \frac{2^2 \times 3}{5^2} = \frac{12}{25}$$

3) On appelle c la longueur du côté d'un carreau. D'après l'énoncé :

Il existe un nombre entier a tel que $a \times c \ = \ 225$.

Il existe un nombre entier b tel que $b \times c \ = \ 108$.

Cela signifie que la longueur du côté d'un carreau est un **diviseur commun** de 225 et de 108.



Carole peut-elle utiliser des carreaux de 3 cm de côté ? La réponse est oui car 3 divise à la fois 225 et 108. En effet $2 + 2 + 5 \ = \ 9$ et $1 + 0 + 8 \ = \ 9$. Et comme 9 est divisible par 3 alors 225 et 108 le sont également.

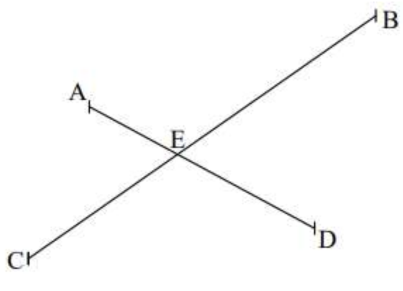
Carole peut-elle utiliser des carreaux de 6 cm de côté ? La réponse est non car 6 ne divise pas 225. En effet 225 étant impair il ne peut-être divisible par 6.

4) D'après la question précédente, il suffit de trouver le plus **grand diviseur commun** à 225 et 108. Pour cela on s'aide de la décomposition en facteurs premiers : $108 = 2^2 \times 3^3$ et $225 \ = \ 5^2 \times 3^2$

Et on trouve que la dimension maximale des carreaux que Carole peut poser est $3^2 \ = \ 9$

Remarque : elle pourra disposer 225 : 9 = 25 carreaux sur la longueur et 108 : 9 =12 carreaux sur la largeur. Soit en tout $25 \times 12 \ = \ 300$ carreaux.

Exercice n°3 : 4 points



Comparons les rapports $\frac{\text{EA}}{\text{ED}}$ et $\frac{\text{EC}}{\text{EB}}$

$\frac{\text{EA}}{\text{ED}} = \frac{7}{9}$ et $\frac{\text{EC}}{\text{EB}} = \frac{10}{13}$

$7 \ \times \ 13 \ = \ 91$ et $9 \ \times \ 10 \ = \ 90$

Donc les rapports $\frac{\text{EA}}{\text{ED}}$ et $\frac{\text{EC}}{\text{EB}}$ sont différents.

Par conséquent les droites (AC) et (BD) ne sont pas parallèles car si elles l'étaient, on aurait d'après le théorème de Thalès que $\frac{\text{EA}}{\text{ED}} = \frac{\text{EC}}{\text{EB}}$ mais ce n'est pas le cas.

Exercice n°4 : 7 points

- Sur les 4 mois, soit 122 jours, d'utilisation la pompe va consommer $122 \ \times \ 3,42 \ = \ 417,24 \ kWh$

  Cela coûtera donc en électricité $417,24 \ \times \ 0,15 \ \approx 62,59$ €

- 260 cm = 2,6 m et 65 cm = 0,65 m

  Le volume d'eau contenu dans la piscine est V = $\pi \times \left(\frac{2{,}6}{2}\right)^2 \times 0{,}65 = 1{,}0985\pi\ m^3 \approx 3{,}45\ m^3$

  Cela coûtera donc en eau $3{,}45 \times 2{,}03 \approx 7{,}00$ €

- Au final, cette piscine reviendra à 80 + 62, 59 + 7,00 = 149, 59 €

Le budget de 200 € sera donc largement suffisant pour l'achat de cette piscine et les frais de fonctionnement.

<u>Exercice n°5 : 4 points</u>

Le plus grand côté du triangle ABC est [BC].

On calcule séparément :

$$BC^2 = 97^2 = 9409$$
$$AB^2 + AC^2 = 65^2 + 72^2 = 9409$$

On a donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$

La réciproque du théorème de Pythagore permet de conclure que le triangle ABC est rectangle en A.
Conclusion : Claude a raison, l'étagère a un angle droit.

<u>Exercice n°6 : 3 points</u>

La figure 1 correspond au programme 2 (Le pas augmente et on tourne à droite)

La figure 2 correspond au programme 3 (Le pas diminue)

La figure 3 correspond au programme 1 (Le pas augmente et on tourne à gauche)

<u>Exercice n°7 : 7 points</u>

1) On choisit 2 comme nombre de départ :

- 2
- $2 + 7 = 9$
- $2 - 7 = -5$
- $9 \times (-5) = -45$
- $-45 + 50 = 5$

En partant de 2 on arrive à 5.

2) On part de -10

- -10
- $-10 + 7 = -3$
- $-10 - 7 = -17$
- $-3 \times (-17) = 51$
- $51 + 50 = 101$

3) On applique ce programme de calcul à un nombre x quelconque.

- x
- $x+7$
- $x-7$
- $(x-7)(x+7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$
- $x^2 - 49 + 50 = x^2 + 1$

Remarque : Si $x = 2$ alors $x^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5$

Si $x = -10$ alors $x^2 + 1 = (-10)^2 + 1 = 100 + 1 = 101$

L'élève n'a pas raison car $2x + 1 \neq x^2 + 1$. En effet pour $x = 3$ on aurait 7 = 10 ce qui n'est pas le cas.

4) Voir la question précédente.

5) On doit résoudre l'équation $x^2 + 1 = 17$

$$x^2 + 1 = 17$$

$$x^2 + 1 - 1 = 17 - 1$$

$$x^2 = 16$$

On voit que les nombres 4 et (-4) sont solutions de cette équation.

Exercice n°8 : 3 points

1) $4 \times (234 + 155 + 90 + 25 + 194) = 2\,792\ m$

La longueur totale de la course des élèves de 3ème du collège Rimbaud est de 2 792 m.

2) $10\ min\ 42\ s = 10 \times 60 + 42 = 642\ s$

La vitesse $v = \frac{d}{t} = \frac{2792}{642} \approx 4{,}35$ m/s

3) $55\ min\ 11\ s = 55 \times 60 + 11 = 3\,311\ s$

Calcul de la vitesse de Georges Richmond : $v = \frac{d}{t} = \frac{15\,000}{3311} \approx 4{,}53$ m/s

Conclusion : En maintenant sa vitesse, Tery ne pourra pas battre le champion Georges Richmond.