Brevet blanc de mathématiques.

(Corrigé)

Exercice 1 : (6 points)

Question 1 :

On considère la fonction f définie par $f(x) = 8x^2 + 3x - 1$

L'image de (-2) est :

$f(-2) = 8 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 1$

$f(-2) = 8 \times 4 - 6 - 1$

$f(-2) = 32 - 6 - 1$

$f(-2) = 25$

Réponse C

Question 2 :

On considère la fonction $f : x \rightarrow x + 1$.

$f(2) = 2 + 1 = 3 \neq 1$

Faux

$f(1) = 1 + 1 = 2$

Vrai

$f(2) = 2 + 1 = 3$

Faux

Réponse B

Question 3 :

L'expression développée réduite de $(x + 4)(2x - 3)$

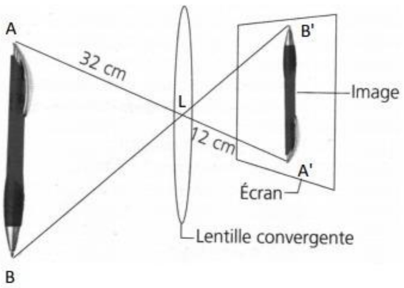
$= x \times 2x - x \times 3 + 4 \times 2$

$= 2x^2 - 3x + 8x - 12$

$= 2x^2 + 5x - 12.$

Réponse B

Question 4 :



On considère un stylo de 14 cm et son image sur un écran à travers une lentille convergente. Le stylo et son image sont parallèles. Quelle est la hauteur, en cm, de l'image du stylo ?

On sait que
$$\begin{cases} L \in (AA'), \\ L \in (BB') \\ (AB)//(A'B'). \end{cases}$$

Nous pouvons appliquer la partie directe du théorème de Thalès ;

$$\frac{LA}{LA'} = \frac{LB}{LB'} = \frac{AB}{A'B'} \rightarrow \frac{32}{12} = \frac{LB}{LB'} = \frac{14}{A'B'} \rightarrow A'B' = \frac{12 \times 14}{32}.$$

Réponse C

Question 5 :

Une solution de l'équation :

$3x - 7 = 5x + 13$

$3x - 7 + 7 = 5x + 13 + 7$

$3x = 5x + 20$

$3x - 5x = 5x + 20 - 5x$

$-2x = 20$

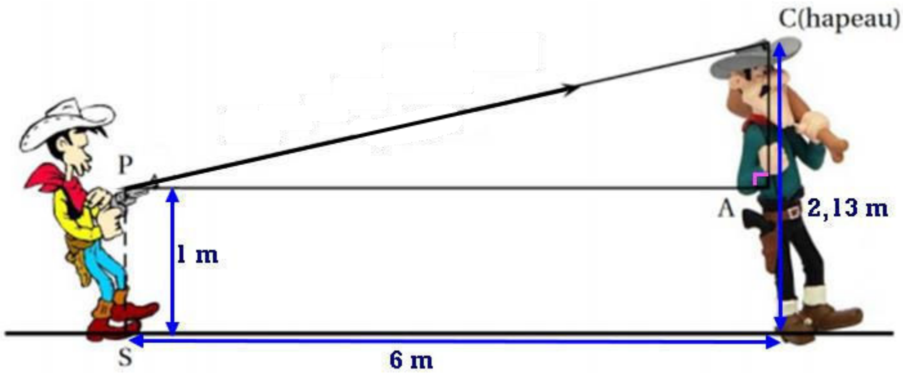
$x = \dfrac{20}{-2}$

$x = -10$

Réponse A

Exercice 2 : (4 points)

Calculer l'angle d'inclinaison $\widehat{APC}$ formé par la trajectoire de la balle et l'horizontale (donner le résultat au degré près).

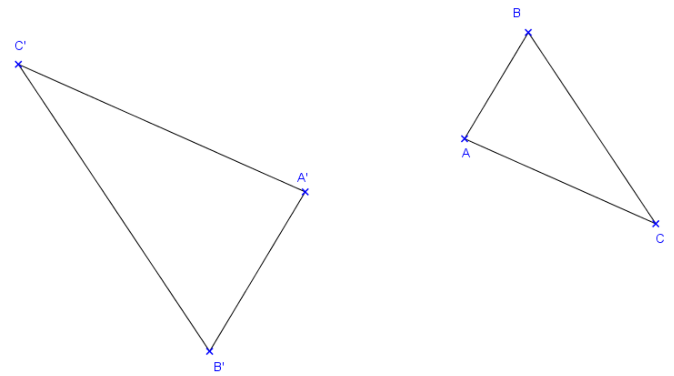


CA=2,13-1= 1,13 m.

Le triangle PAC est rectangle en C.

$tan(\widehat{APC}) = \frac{CA}{PA} \rightarrow tan(\widehat{APC}) = \frac{1{,}13}{6} \rightarrow \widehat{APC} = arctan\left(\frac{1{,}13}{6}\right) \approx 10{,}6° \approx 11°.$

Exercice 3 : (6,5 points)



On considère l'homothétie de centre O et de rapport k qui transforme les points A, B et C en respectivement A', B' et C'.

1) Il suffit de tracer les segments [AA'] et [BB']. Le centre de l'homothétie O est le pont d'intersection de ces deux segments.

2) La figure et son image sont situés de part et d'autre du centre O donc le rapport k est négatif (c'est une inversion).

3) Sur la figure, nous avons AC = 8 cm et A'C' = 11,5 cm or $k = -\frac{A'C'}{AC} = -\frac{11{,}5}{8} \approx -1{,}4$

4) Nous avons $A_{A'B'C'} = k^2 \times A_{ABC}$ et $k^2 \approx (-1{,}4)^2 \approx 1{,}96.$

L'aire du triangle A'B'C' est, à peu près, 1,96 fois supérieure à celle du triangle ABC.

Exercice 4 : (6,5 points)

Entrainement course à pied

10,5 km	1 h 03 min	6 min/km
Distance	Durée	Allure moyenne
851	35 m	
Calories	Gain altitude	

1) $10{,}5\ km \leftrightarrow 1\ h\ 03\ min$

$10{,}5\ km \leftrightarrow 63\ min$

$\frac{10{,}5}{63}\ km \leftrightarrow 1\ min$

$\frac{60 \times 10{,}5}{63}\ km \leftrightarrow 60\ min$

$10\ km \leftrightarrow 1\ h$

Sa vitesse moyenne est de 10 km/h.

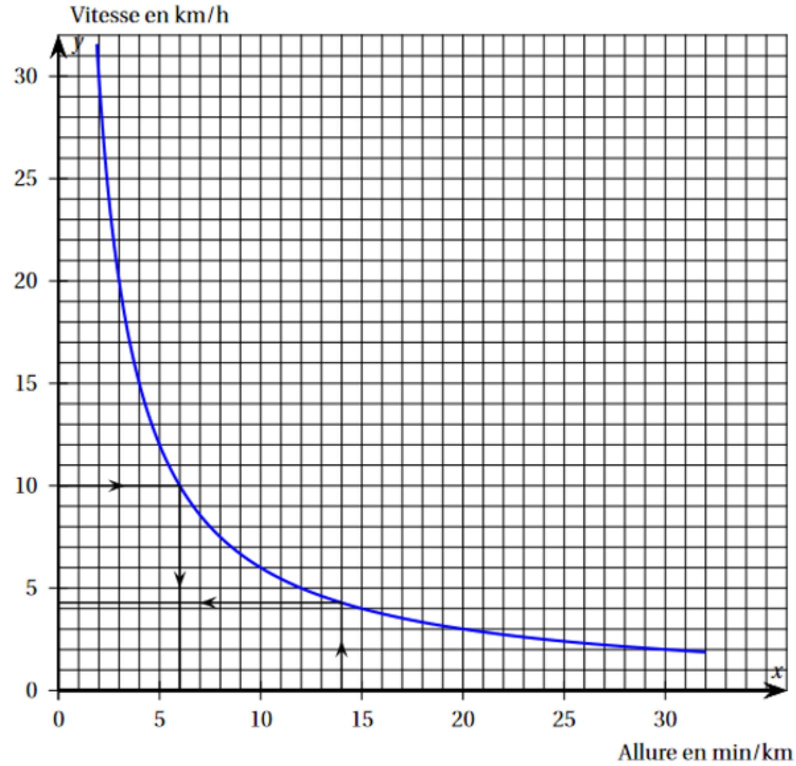
2) Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \frac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f\ (x)$ est la vitesse en km/h.

a) $f(6) = \frac{60}{6} = 10\ km/h.$

b) $f(5) = \frac{60}{5} = 12\ km/h.$ Ce résultat représente la Vitesse Moyenne de Léo lors de sa dernière course.

3) a) Un antécédent de 10 par f est $x = 6.$

b) $f(14) \approx 4{,}2$ donc une valeur approchée de sa vitesse moyenne est 4,2 km/h.



Exercice 5 : (5,5 points)

Alexandre souhaite préparer un cocktail pour son anniversaire.

Document 1 : recette du cocktail pour 6 personnes	**Document 2 : récipient cylindrique d'Alexandre**
Ingrédients pour 6 personnes : • 6 dL de jus de mangue • 30 cL de jus de poire • 120 mL de jus de citron vert • 15 cL de sirop de cassis	 On considère que le récipient a la forme d'un cylindre de diamètre 16 cm et de hauteur 20 cm.

Question :

Le récipient choisi par Alexandre est-il assez grand pour préparer le cocktail pour 20 personnes ?

Conversions : 6 dL= 60 cL et 120 mL = 12 cL.

Volume total du cocktail pour 6 personnes :

$V_{6\ personnes} = 60 + 30 + 12 + 15 = 117\ cL.$

Volume total du cocktail pour 2 personnes :

$V_{2\,personnes} = \frac{V_{6\,personnes}}{3} = \frac{117}{3} = 39\ cL$

Volume total du cocktail pour 20 personnes :

$V_{20\,personnes} = 10 \times V_{2\,personnes} = 10 \times 39 = 390\ cL$

Volume du récipient d'Alexandre :

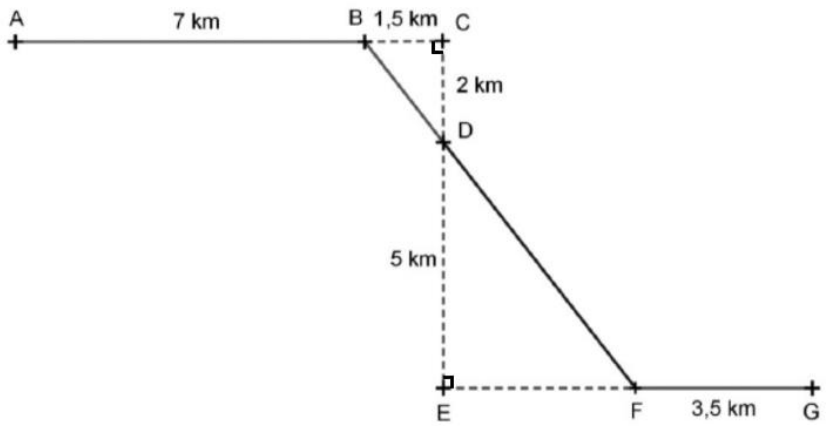
$V_{récipient} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 8^2 \times 20 = 1280\pi \approx 4\,021{,}8\ cm^3 \approx 4\,021{,}8\ mL \approx 402{,}18\ cL$

Conclusion : 402,18 > 390 donc le récipient d'Alexandre est assez grand.

Exercice 6 : (9 points)

Mathilde participe à un rallye VTT sur un parcours balisé. Le trajet est représenté en traits pleins.

Le départ du rallye est en A et l'arrivée est en G.



1) Le triangle BCD est rectangle en C.

Je peux appliquer la partie directe du théorème de Pythagore :

$BD^2 = BC^2 + CD^2$

$BD^2 = 1{,}5^2 + 2^2$

$BD^2 = 2{,}25 + 4$

$BD^2 = 6{,}25$

$BD = \sqrt{6{,}25}$

$BD = 2{,}5\ km$

2) **On sait que :** $(BC) \perp (CE)$ et $(EF) \perp (CE)$

Propriété : Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors ces deux droites sont parallèles.

Conclusion : $(BC)//(EF)$

3) On sait que $\begin{cases} D \in (BF) \\ D \in (CE) \\ (BC)//(EF). \end{cases}$

Nous pouvons appliquer la partie directe du théorème de Thalès ;

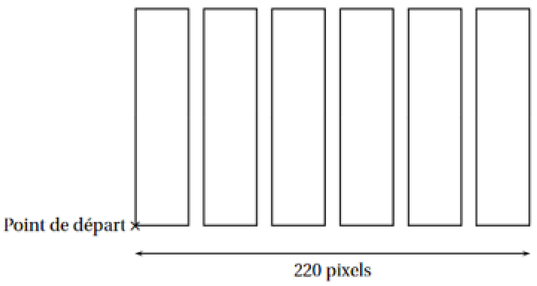
$\frac{DB}{DF'} = \frac{DC}{DE'} \to \frac{2,5}{DF} = \frac{2}{5} \to DF = \frac{5\times2,5}{2} = 6,25\ km.$

4) $L_{parcours} = AB + BD + DF + FG = 7 + 2,5 + 6,25 + 3,5 = 19,25\ km.$

5) $16\ km \leftrightarrow 60\ min$
$7\ km \leftrightarrow\ t$

Nous obtenons $t = \frac{7\times60}{16}$=26,25=26 min +$\frac{1}{4}\ min\ =\ \boldsymbol{26\ min\ 15\ s}$.

Exercice 7 : (3 points)



1) A= 90 °; B = 150 pas ; C = 90° .

2)Calcul de l'écart entre chaque rectangle :

$Ecart = (220 - 6 \times 30): 5 = 40: 5 = 8\ pas$

D= 30 + 8 = **38 pas**.

Visualiser ce programme en ligne réalisé avec Scratch.