Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2021 Asie

21 Juin 2021
Correction

Le sujet comporte 8 pages numérotées de 1/8 à 8/8 . Le sujet est composé de 5 exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

BARÈME (sur 100 points)			
Exercice 1	:	24	points
Exercice 2	:	21	points
Exercice 3	:	23	points
Exercice 4	:	16	points
Exercice 5	:	16	points

Exercice 1. 24 points

1. On a par division euclidienne :
$$126 = 1 = 6 \times 21$$
126 est donc un multiple de 6 ou 6 divise 126. **Réponse C**

2. On a :
   - $f(2) = 2^2 - 2 = 2$;
   - $f(-2) = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$;
   - $f(0) = 0^2 - 2 = -2$.
   - **Réponse C**

3. Le tableur a calculé :
$$-5 \times (-4)^2 + 2 \times (-4) - 14 = -80 - 8 - 14 = -102$$
Donc
$$-5 \times (-3)^2 + 2 \times (-3) - 14 = -45 - 6 - 14 = -65$$
Réponse A

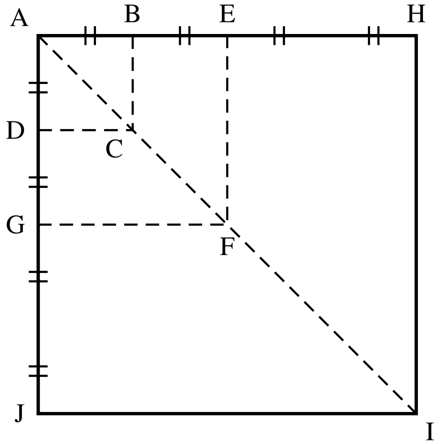
4. On a :
$$x^2 = 16 \iff x^2 - 16 = 0 \iff x^2 - 4^2 = 0 \iff (x+4)(x-4) = 0$$
Ce produit nul est si et seulement si l'un des facteurs est nul, soit
$$(x+4)(x-4) = 0 \iff \Big(x + 4 = 0\Big) \text{ ou } \Big(x - 4 = 0\Big) \iff x = -4 \text{ ou } x = 4$$
Les deux solutions sont donc -4 et 4. **Réponse B**

5. On a :
$$2 \times 2^{400} = 2^1 \times 2^{400} = 2^{1+400} = 2^{401}$$
Réponse A

6. Si le poste a une longueur L et une hauteur h, un ration de 16 : 9 signifie que $\dfrac{L}{h} = \dfrac{16}{9}$.
Si le poste a une hauteur de 54 (cm), on a donc
$$\frac{L}{54} = \frac{16}{9} \iff L = \frac{16 \times 54}{9} = \frac{16 \times 9 \times 6}{9} = 16 \times 6 = 96 \text{ cm}$$
Réponse B

Exercice 2. 21 points

Le quadrilatère ABCD est un carré de côté de longueur 1 cm. Il est noté carré ① Les points A, B, E et H sont alignés, ainsi que les points A, D, G et J. On construit ainsi une suite de carrés (carré ① carré ②, carré ③, ...) en doublant la longueur du côté du carré, comme illustré ci-dessous pour les trois premiers carrés. La figure n'est pas en vraie grandeur



Carré ① : ABCD

Carré ② : AEFG

Carré ③ : AHIJ

1. Calculer la longueur AC.

> **Corrigé**
>
> La diagonale [AC] partage le carré ABCD en deux triangles rectangles isocèles.
>
> Dans le triangle ABC rectangle et isocèle en B, le théorème de Pythagore s'écrit :
>
> $AB^2 + BC^2 = AC^2$, soit $1^2 + 1^2 = AC^2$.
>
> Donc $AC^2 = 2$ et $\boxed{AC = \sqrt{2} \approx 1,414 \text{ cm}}$.

2. On choisit un carré de cette suite de carrés.

Aucune justification n'est demandée pour les questions 2. a. et 2. b.

2. a. Quel coefficient d'agrandissement des longueurs permet de passer de ce carré au carré suivant ?

> **Corrigé**
>
> La suite des carrés est obtenue en doublant les longueurs : le coefficient d'agrandissement des longueurs qui permet de passer de ce carré au carré suivant est donc 2.

2. b. Quel type de transformation permet de passer de ce carré au carré suivant ?

> **Corrigé**
>
> Tous ces carrés ont A pour l'un de leurs sommets : la transformation permettant de passer d'un carré au suivant est donc l'homothétie de centre A et de rapport 2.

2. c. L'affirmation « la longueur de la diagonale du carré ③ est trois fois plus grande que la longueur de la diagonale du carré ① » est-elle correcte ?

> **Corrigé**
>
> On a par doublement des longueurs :
>
> $AF = 2 \times AC = 2\sqrt{2}$;
>
> $AI = 2 \times AF = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$, donc $AI = 4AC$ et non pas $3AC$: l'affirmation est fausse.

3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{AJB}$ au degré près.

Corrigé

Le triangle AJB est rectangle en A. Pour l'angle $\widehat{\text{AJB}}$ on connait les longueurs du côté opposé et du côté adjacent ; on peut calculer sa tangente :

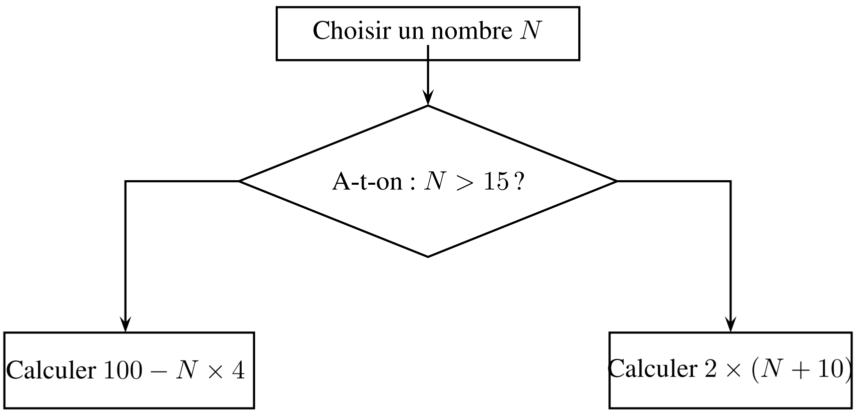
$$\tan \widehat{\text{AJB}} = \frac{\text{AB}}{\text{AJ}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

La calculatrice donne au degré près :

$$\boxed{\widehat{\text{AJB}} = \arctan(0,25) \approx 14^\circ}$$

Exercice 3. 23 points

Voici un algorithme :



1. Justifier que si on choisit le nombre N de départ égal à 18, le résultat final de cet algorithme est 28.

Corrigé

Comme $18 > 15$, l'algorithme calcule $100 - 4 \times 18 = 100 - 72 = 28$.

2. Quel résultat final obtient-on si on choisit 14 comme nombre N de départ ?

Corrigé

Comme $14 > 5$ est faux l'algorithme calcule $2 \times (14 + 10) = 2 \times 24 = 48$.

3. En appliquant cet algorithme, deux nombres de départ différents permettent d'obtenir 32 comme résultat final. Quels sont ces deux nombres ?

Corrigé

- Si $N > 15$ on a donc

$$100 - 4N = 32 \iff -4N = 32 - 100 = -68 \iff N = \frac{-68}{-4} = 17$$

On vérifie que $N = 17$ est bien supérieur à 15 .

- Si $N < 15$ on a donc

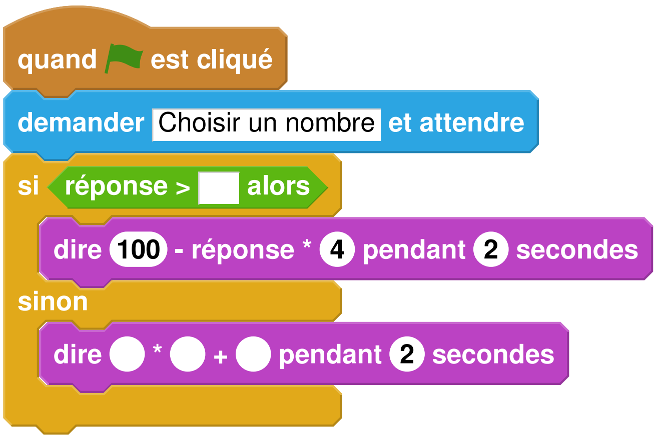
$$2(N+10) = 32 \iff N+10 = 16 \iff N = 6$$

On vérifie que $N = 6$ est bien inférieur à 15 .

Les deux nombres introduits dans l'algorithme et rendant le nombre 32 sont 6 et 17.

4. On programme l'algorithme précédent :

Numéros de ligne



4. a. Recopier la ligne 3 en complétant les pointillés :

Corrigé

ligne 3 : si réponse > 15 alors

4. b. Recopier la ligne 6 en complétant les pointillés :

Corrigé

ligne 6 : dire 2 $*(N+10)$ pendant 2 secondes

5. On choisit au hasard un nombre premier entre 10 et 25 comme nombre N de départ.
Quelle est la probabilité que l'algorithme renvoie un multiple de 4 comme résultat final ?

Corrigé

11 donne $2 \times (11+10) = 2 \times 21 = 42$ qui n'est pas multiple de 4.

13 donne $2 \times (13+10) = 2 \times 23 = 46$ qui n'est pas multiple de 4.

17 donne $100 - 4 \times 17 = 100 - 68 = 32$ qui est multiple de 4.

19 donne $100 - 4 \times 19 = 100 - 76 = 24$ qui est multiple de 4.

23 donne $100 - 4 \times 23 = 100 - 92 = 8$ qui est multiple de 4.

Il y a donc 3 nombres premiers sur 5 qui donnent un résultat multiple de 4 : la probabilité demandée est donc :

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0,6 = \frac{60}{100} = 60\,\%$$

©ISSN 2272-5318

Exercice 4. 16 points

En cours d'éducation physique et sportive (EPS), les 24 élèves d'une classe de troisième pratiquent la course de fond. Les élèves réalisent le test de demi-Cooper : ils doivent parcourir la plus grande distance possible en six minutes. Chaque élève calcule ensuite sa vitesse moyenne sur cette course. Le résultat obtenu est appelé VMA (Vitesse Maximale Aérobie).

1. Après son échauffement, Chloé effectue ce test de demi-Cooper, Elle parcourt 1 000 mètres en 6 minutes. Montrer que sa VMA est égale à 10 km/h.

Corrigé

Chloé a parcouru 1 km en 6 minutes soit :

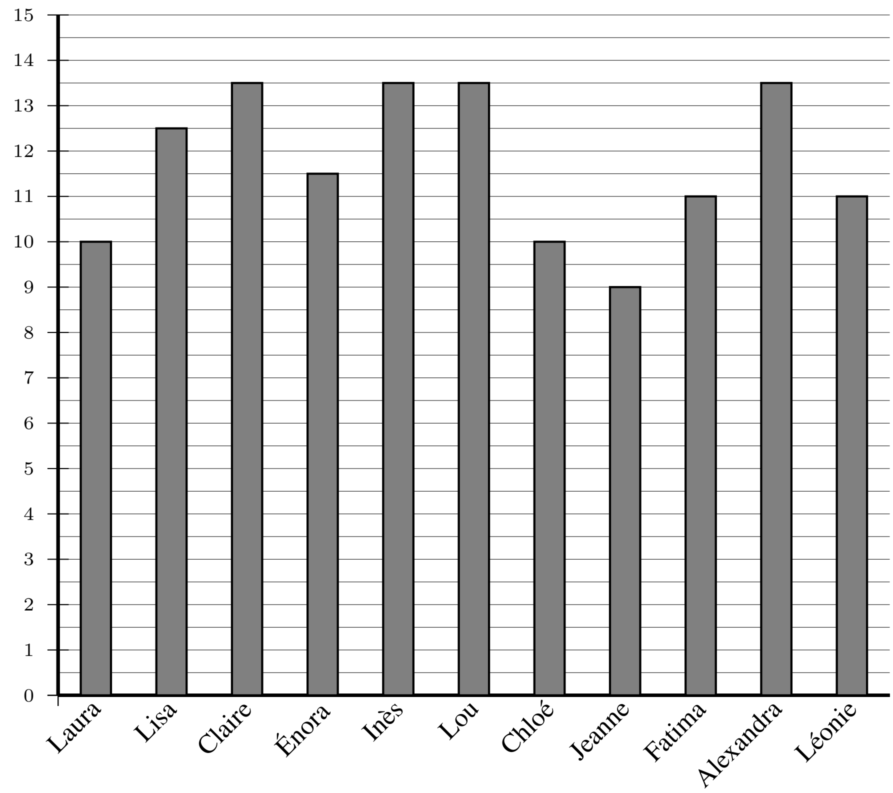
d	1 km	?
t	6 min	60 min (=1h)

Sa vitesse est le quotient de la distance parcourue par le temps mis. Donc :

$$\boxed{v_{\text{Chloé}} = \text{VMA} = \frac{1 \times 60}{6} = 10 \text{ km}/h}$$

2. L'enseignante a récolté les résultats et a obtenu les documents 1 et 2 ci-dessous :

Document 1 : VMA (en km/h) des filles



Document 2 : VMA(en km/h) des garçons				
Nathan : 12	Lucas : 11	Jules : 14	Abdel : 13,5	Nicolas : 14
Thomas : 14,5	Martin : 11	Youssef : 14	Mathis : 12	Léo : 15
Simon : 12	José : 14	Ilan : 14		

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

2. a. **Affirmation 1** : l'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est plus élevée que celle de la série statistique de VMA des garçons de la classe.

Corrigé

L'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est $13,5 - 9 = 4,5$.

L'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est $15 - 11 = 4$. Donc **Affirmation 1** exacte.

2. b. **Affirmation 2** : plus de 25 % des élèves de la classe a une VMA inférieure ou égale à 11,5 km/h.

Corrigé

5 filles et 2 garçons ont une vitesse inférieure à 11,5 (km/h), donc 7 élèves sur 24 onr une vitesse inférieure à 11,5 (km/h).

Or $\dfrac{7}{24} \approx 0,29$ ou encore 29 %. Donc **Affirmation 2** vraie.

2. c. L'enseignante souhaite que la moitié de la classe participe à une compétition. Elle sélectionne donc les douze élèves dont la VMA est la plus élevée.

Affirmation 3 : Lisa participe à la compétition.

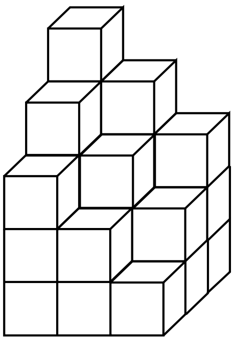
Corrigé

Lisa a une vitesse de 12,5 (km/h). Or Claire, Inès, Lou, Alexandra, Thomas, José, Jules, Youssef, Ilan, Abdel, Nicolas et Léo soit 12 élèves ont une vitesse supérieure. Lisa avec sa 13e vitesse ne sera pas sélectionnée : **Affirmation 3** fausse.

Exercice 5. — 16 points

Première partie

En plaçant plusieurs cubes unités, on construit ce solide :



Question : Combien de cubes unités au minimum manque-t-il pour compléter ce solide et obtenir un pavé droit ?

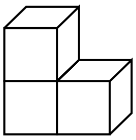
Corrigé

Dans la troisième couche verticale la plus profonde il manque 3 cubes.
Dans la deuxième couche verticale il manque 6 cubes.
Dans la première couche verticale il manque 9 cubes. Il manque donc en tout $3 + 6 + 9 = 18$ cubes.

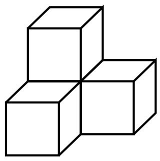
Deuxième partie

Un jeu en 3D contient les sept pièces représentées ci-dessous. Chaque pièce est constituée de cubes identiques d'arête 1dm.

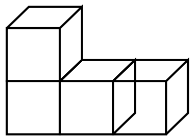
Pièce n° 1 (3 cubes)



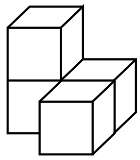
Pièce n° 2 (4 cubes)



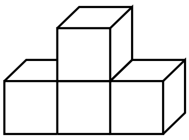
Pièce n° 3 (4 cubes)



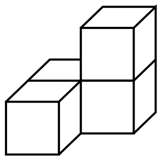
Pièce n° (4 cubes)



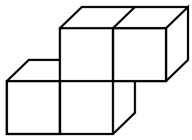
Pièce n° 5 (4 cubes)



Pièce n° 6 (4 cubes)

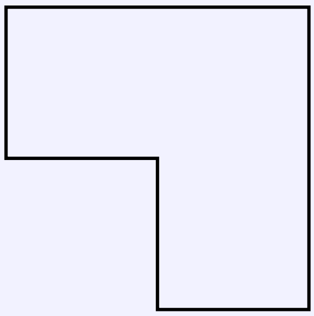


Pièce n° 7 (4 cubes)



1. Dessiner une vue de dessus de la pièce n° 4 (en prenant 2 cm sur le dessin pour représenter 1 dm dans la réalité).

Corrigé



2. À l'aide de la totalité de ces sept pièces, il est possible de construire un grand cube sans espace vide.

2. a. Quel sera alors le volume $\left(\text{en dm}^3\right)$ de ce grand cube ?

Corrigé

Il y aura en tout $3 + 4 + 4 + 4 + +4 + 4 + 4 = 27$ cubes unités.
Comme chaque cube a un volume de $1^3 = 1 \ \left(\text{dm}^3\right)$, le volume du grand cube est
$27 \times 1 = 27\text{dm}^3$.

2. b. Quelle est la longueur d'une arête (en dm) de ce grand cube ?

Corrigé

On remarque que $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$.
On sait que le volume d'un cube d'arête a est $V = a^3$, donc l'arête du grand cube est 3 dm.

Fin du devoir

 ©ISSN 2272-5318