BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ – CORRIGÉ

Session 15 mars 2021 Sujet 2

Durée de l'épreuve : **4 heures**

Exercice 1 — Commun à tous les candidats — 5 points

PARTIE I

Dans un centre de traitement du courrier, une machine est équipée d'un lecteur optique automatique de reconnaissance de l'adresse postale. Ce système de lecture permet de reconnaître convenablement 97 % des adresses; le reste du courrier, que l'on qualifiera d'illisible pour la machine, est orienté vers un employé du centre chargé de lire les adresses.

Cette machine vient d'effectuer la lecture de neuf adresses. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'adresses illisibles parmi ces neuf adresses.

On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = 0,03$.

1. La probabilité qu'aucune des neuf adresses soit illisible est égale, au centième près, à :

a. 0   **b.** 1   **c.** $0,24$ $\boxed{\textbf{d. } 0,76}$

> On cherche $P(X = 0)$ qui vaut $\binom{9}{0} \times 0,03^0 \times 0,97^9 \approx 0,76$.
>
> **Réponse d.**

2. La probabilité qu'exactement deux des neuf adresses soient illisibles pour la machine est :

a. $\binom{9}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$ **b.** $\binom{7}{2} \times 0,97^2 \times 0,03^7$

$\boxed{\textbf{c. } \binom{9}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2}$ **d.** $\binom{7}{2} \times 0,97^7 \times 0,03^2$

> On cherche $P(X = 2)$ qui vaut $\binom{9}{2} \times 0,03^2 \times 0,97^7$.
>
> **Réponse c.**

3. La probabilité qu'au moins une des neuf adresses soit illisible pour la machine est :

a. $P(X < 1)$ **b.** $P(X \leqslant 1)$ **c.** $P(X \geqslant 2)$ $\boxed{\textbf{d. } 1 - P(X = 0)}$

> On cherche $P(X \geqslant 1)$ qui vaut $1 - P(X = 0)$.
>
> **Réponse d.**

PARTIE II

Une urne contient 5 boules vertes et 3 boules blanches, indiscernables au toucher.

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne.

On considère les évènements suivants :

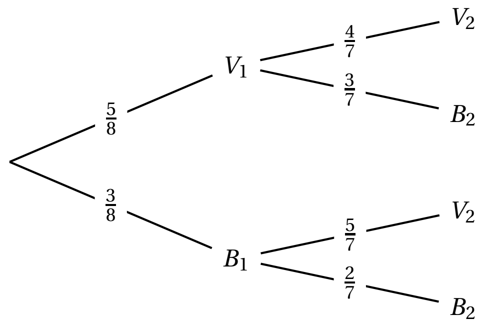
- V_1 : « la première boule tirée est verte »;
- B_1 : « la première boule tirée est blanche »;
- V_2 : « la seconde boule tirée est verte »;

- B_2 : « la seconde boule tirée est blanche ».

Au départ, il y a 8 boules dans l'urne.

Après le premier tirage, il en reste 7. Si la boule du 1^er^ tirage est verte, il reste 4 boules vertes et 3 boules blanches ; si la boule du 1^er^ tirage est blanche, il reste 5 boules vertes et 2 boules blanches.

On construit un arbre de probabilités résumant la situation :



4. La probabilité de V_2 sachant que V_1 est réalisé, notée $P_{V_1}(V_2)$, est égale à :

a. $\frac{5}{8}$ $\boxed{\textbf{b. } \frac{4}{7}}$ **c.** $\frac{5}{14}$ **d.** $\frac{20}{56}$

> D'après l'arbre, $P_{V_1}(V_2) = \dfrac{4}{7}$.
> **Réponse b.**

5. La probabilité de l'évènement V_2 est égale à :

$\boxed{\textbf{a. } \frac{5}{8}}$ **b.** $\frac{5}{7}$ **c.** $\frac{3}{28}$ **d.** $\frac{9}{7}$

> D'après la formule des probabilités totales :
> $P(V_2) = P(V_1 \cap V_2) + P(B_1 \cap V_2) = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{4}{7} + \dfrac{3}{8} \times \dfrac{5}{7} = \dfrac{20}{56} + \dfrac{15}{56} = \dfrac{35}{56} = \dfrac{5}{8}$
> **Réponse a.**

Exercice 2 Commun à tous les candidats 6 points

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & v_0 = 1 \\ u_{n+1} & = & u_n + v_n \\ v_{n+1} & = & 2u_n + v_n \end{array}\right.$$

Dans toute la suite de l'exercice, on **admet** que les suites (u_n) et (v_n) **sont strictement positives**.

1. **a.** $u_1 = u_0 + v_0 = 1 + 1 = 2$ et $v_1 = 2 \times u_0 + v_0 = 2 \times 1 + 1 = 3$.

b. Pour tout n, $v_{n+1} = 2u_n + v_n$ donc $v_{n+1} - v_n = 2u_n$.
On a admis que la suite (u_n) était strictement positive donc, pour tout n, $u_n > 0$; on en déduit que, pour tout n, $v_{n+1} - v_n > 0$ donc que la suite (v_n) est strictement croissante.
La suite (v_n) est strictement croissante donc, pour tout n, $v_n \geqslant v_0$ donc $v_n \geqslant 1$.

c. Soit $\mathscr{P}_n$ la propriété : $u_n \geqslant n + 1$.
On démontre cette propriété par récurrence.

- **Initialisation**
Pour $n = 0$, $u_n = u_0 = 1$ et $n + 1 = 1$ donc $u_n \geqslant n + 1$; $\mathscr{P}_0$ est vraie.

- **Hérédité**
  On suppose que $\mathscr{P}_n$ est vraie (hypothèse de récurrence) et on va démontrer que $\mathscr{P}_{n+1}$ est vraie.
  $\mathscr{P}_n$ vraie équivaut à $u_n \geqslant n+1$.
  $u_{n+1} = u_n + v_n$; or $u_n \geqslant n+1$ et, d'après la question 1.b, $v_n \geqslant 1$. On en déduit que $u_{n+1} \geqslant n+2$ et donc que la propriété est vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion**
  La propriété $\mathscr{P}_n$ est vraie au rang 0, et elle est héréditaire pour tout $n \geqslant 0$; d'après le principe de récurrence, la propriété est vraie pour tout $n \geqslant 0$.

On a donc démontré que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant n+1$.

d. Pour tout n, $u_n \geqslant n+1$; or $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} n+1 = +\infty$, donc par comparaison, $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

2. On pose, pour tout entier naturel n : $r_n = \dfrac{v_n}{u_n}$. On admet que : $r_n^2 = 2 + \dfrac{(-1)^{n+1}}{u_n^2}$.

a. $(-1)^{n+1}$ vaut soit -1, soit 1 selon la parité de n ; donc $-1 \leqslant (-1)^{n+1} \leqslant 1$.
On sait que $u_n > 0$ donc $u_n^2 > 0$.
On divise par u_n^2 et on obtient : $-\dfrac{1}{u_n^2} \leqslant \dfrac{(-1)^{n+1}}{u_n^2} \leqslant \dfrac{1}{u_n^2}$.

b. On sait que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ donc $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n^2 = +\infty$.
On en déduit que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} -\frac{1}{u_n^2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{u_n^2} = 0$.
On sait de plus que, pour tout n : $-\dfrac{1}{u_n^2} \leqslant \dfrac{(-1)^{n+1}}{u_n^2} \leqslant \dfrac{1}{u_n^2}$.
Donc, d'après le théorème des gendarmes, on peut dire que : $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{u_n^2} = 0$.

c. $r_n^2 = 2 + \dfrac{(-1)^{n+1}}{u_n^2}$ et $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{u_n^2} = 0$, donc : $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} r_n^2 = 2$.
On peut en déduire que la suite (r_n) converge vers $\sqrt{2}$

d. Pour tout entier naturel n,

$$r_{n+1} = \frac{v_{n+1}}{u_{n+1}} = \frac{2u_n + v_n}{u_n + v_n} = \frac{u_n\left(2 + \dfrac{v_n}{u_n}\right)}{u_n\left(1 + \dfrac{v_n}{u_n}\right)} = \frac{2 + \dfrac{v_n}{u_n}}{1 + \dfrac{v_n}{u_n}} = \frac{2 + r_n}{1 + r_n}.$$

e. On considère le programme suivant écrit en langage Python :

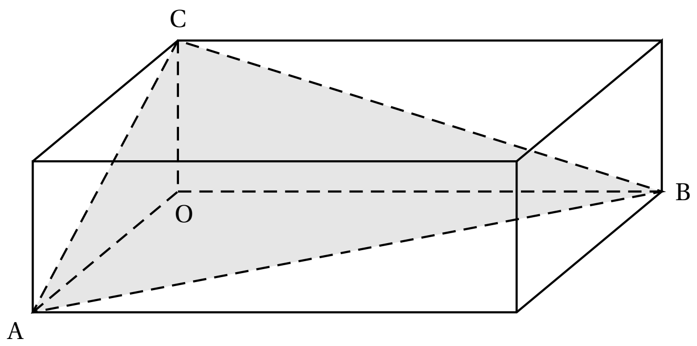
```
def seuil() :
    n = 0
    r = 1
    while abs(r-sqrt(2)) > 10**(-4) :
        r = (2+r)/(1+r)
        n = n+1
    return n
```

La valeur de n renvoyée par ce programme est 5.
Elle correspond à la plus petite valeur de n pour laquelle la distance entre r_n et $\sqrt{2}$ est inférieure ou égale à 10^{-4}.

Exercice 3 Commun à tous les candidats 4 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère les points :

A de coordonnées $(2 ; 0 ; 0)$, B de coordonnées $(0 ; 3 ; 0)$ et C de coordonnées $(0 ; 0 ; 1)$.



L'objectif de cet exercice est de calculer l'aire du triangle ABC.

1. **a.** Pour montrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}3\\2\\6\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC), il suffit de démontrer que ce vecteur est orthogonal à deux vecteurs directeurs du plan (ABC), par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(-2\,;\,3\,;\,0)$ donc $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n}=-2\times3+3\times2+0\times6=0$ donc $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n}$.

$\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées $(-2\,;\,0\,;\,1)$ donc $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{n}=-2\times3+0\times2+1\times6=0$ donc $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{n}$.

Donc le vecteur $\overrightarrow{n}$ est normal au plan (ABC).

b. Le plan (ABC) est l'ensemble des points M $(x\,;\,y\,;\,z)$ tels que $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n}$, c'est-à -dire $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{n}=0$. Or $\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées $(x-2\,;\,y\,;\,z)$.

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{n}=0 \iff (x-2)\times3+y\times2+z\times6=0 \iff 3x+2y+6z-6=0$

Le plan (ABC) a donc pour équation cartésienne $3x+2y+6z-6=0$.

2. On note d la droite passant par O et orthogonale au plan (ABC).

a. La droite d est orthogonale au plan (ABC) donc elle a pour vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{n}$ normal à (ABC).

De plus elle passe par le point O de coordonnées $(0\,;\,0\,;\,0)$.

La droite d a donc pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{rcl}x&=&3k\\y&=&2k,\\z&=&6k\end{array}\right.\quad k\in\mathbb{R}$

b. La droite d coupe le plan (ABC) au point H.

Les coordonnées du point H vérifient le système $\left\{\begin{array}{rcl}x_H&=&3k\\y_H&=&2k\\z_H&=&6k\\3x_H+2y_H+6z_H-6&=&0\end{array}\right.$

Donc $3\times3k+2\times2k+6\times6k-6=0$ ce qui équivaut à $9k+4k+36k=6$ ou $49k=6$ donc $k=\frac{6}{49}$.

$x=3k$ donc $x=\frac{18}{49}$, $y=2k$ donc $y=\frac{12}{49}$, et $z=6k$ donc $z=\frac{36}{49}$.

Le point H a donc pour coordonnées $\left(\frac{18}{49}\,;\,\frac{12}{49}\,;\,\frac{36}{49}\right)$.

c. $OH^2=(x_H-x_O)^2+(y_H-y_O)^2+(z_H-z_O)^2=\left(\frac{18}{49}\right)^2+\left(\frac{12}{49}\right)^2+\left(\frac{36}{49}\right)^2=\frac{18^2+12^2+36^2}{49^2}=\frac{1764}{49^2}$

Donc $OH=\sqrt{\dfrac{1764}{49^2}}=\dfrac{42}{49}=\dfrac{7\times6}{7\times7}=\dfrac{6}{7}$.

3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par : $V=\dfrac{1}{3}\mathcal{B}h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et h est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.

- En prenant le triangle OAB pour base de la pyramide OABC, la hauteur est OC, et le volume $\mathcal{V}$ est égal à $\dfrac{1}{3}\times\mathcal{B}\times OC$ où $\mathcal{B}$ est l'aire du triangle OAB.

  $\mathcal{B}=\dfrac{1}{2}\times OA\times OB=\dfrac{1}{2}\times2\times3=3$ et $OC=1$.

  Donc $\mathcal{V}=\dfrac{1}{3}\times3\times1=1$ (u. a.).

- En prenant le triangle ABC pour base de la pyramide OABC, la hauteur est OH, et le volume $\mathcal{V}$ est égal à $\dfrac{1}{3} \times \mathcal{B}' \times \text{OH}$ où $\mathcal{B}'$ est l'aire du triangle ABC.
  $\text{OH} = \dfrac{6}{7}$ et $\mathcal{V} = 1$ donc $1 = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{B}' \times \dfrac{6}{7}$ et donc $\mathcal{B}' = \dfrac{49}{14} = \dfrac{7 \times 7}{7 \times 2} = \dfrac{7}{2} = 3,5$.

L'aire du triangle ABC vaut $\dfrac{7}{2} = 3,5$ (u. a.).

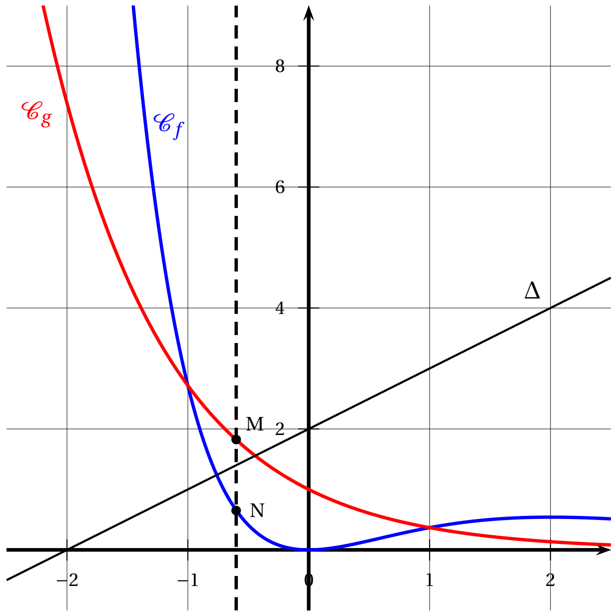
EXERCICE au choix du candidat — 5 points

Exercice A

Principaux domaines abordés : Fonction exponentielle ; dérivation.

Le graphique ci-contre représente, dans un repère orthogonal, les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \mathrm{e}^{-x}.$$



1. **a.** Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$. On résout cette équation :

$f(x) = g(x) \iff x^2\,\mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{-x} \iff (x^2-1)\,\mathrm{e}^{-x} = 0$

Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $\mathrm{e}^{-x} \neq 0$.

$f(x) = g(x) \iff x^2 - 1 = 0 \iff x = -1$ ou $x = 1$.

Pour $x = -1$, $g(x) = \mathrm{e}$, et pour $x = 1$, $g(x) = \mathrm{e}^{-1}$.

Les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont donc $(-1\,;\ \mathrm{e})$ et $(1\,;\ \mathrm{e}^{-1})$.

b. Pour étudier la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, on étudie le signe de $f(x)-g(x)$, c'est-à -dire de $(x^2-1)\,\mathrm{e}^{-x}$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	
e^{-x}		$+$	|	$+$	|	$+$	
$(x^2-1)\,\mathrm{e}^{-x}$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc sur les intervalles $]-\infty\,;\,-1[$ et $]1\,;\,+\infty[$, la courbe $\mathscr{C}_f$ est au dessus de la courbe $\mathscr{C}_g$, et sur l'intervalle $]-1\,;\,1[$, la courbe $\mathscr{C}_f$ est en dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$,

2. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-1\,;\,1]$, on considère les points M de coordonnées $(x\,;\,f(x))$ et N de coordonnées $(x\,;\,g(x))$, et on note $d(x)$ la distance MN.

On admet que : $d(x) = \mathrm{e}^{-x} - x^2\,\mathrm{e}^{-x}$.

On admet que la fonction d est dérivable sur $[-1\,;\,1]$ et on note d' sa fonction dérivée.

a. $d'(x) = (-1)\,\mathrm{e}^{-x} - \left(2x \times \mathrm{e}^{-x} + x^2 \times (-1)\,\mathrm{e}^{-x}\right) = \mathrm{e}^{-x}\left(-1-2x+x^2\right) = \mathrm{e}^{-x}\left(x^2-2x-1\right)$

b. $x^2-2x-1 = x^2-2x+1-2 = (x-1)^2-2 = \left(x-1-\sqrt{2}\right)\left(x-1+\sqrt{2}\right)$

x	$-\infty$		-1		$1-\sqrt{2}$		1		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$x-1-\sqrt{2}$		$-$	|	$-$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$x-1+\sqrt{2}$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$		$+$	
e^{-x}		$+$	|	$+$		$+$	|	$+$		$+$	
$\mathrm{e}^{-x}\left(x^2-2x-1\right)$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	

- Sur l'intervalle $\left[-1\,;\,1-\sqrt{2}\right[$, $d'(x) > 0$ donc d est strictement croissante.
- Sur l'intervalle $\left]1-\sqrt{2}\,;\,1\right]$, $d'(x) < 0$ donc d est strictement décroissante.

c. D'après la question précédente, la distance $d(x)$ est maximale pour $x_0 = 1-\sqrt{2}$.
Elle vaut $d\left(1-\sqrt{2}\right) = \left(1-\left(1+2-2\sqrt{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-1+\sqrt{2}} = \left(2\sqrt{2}-2\right)\mathrm{e}^{-1+\sqrt{2}} \approx 1,254$, soit 1,3 au dixième près..

3. Soit Δ la droite d'équation $y = x+2$.
On considère la fonction h dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $h(x) = \mathrm{e}^{-x} - x - 2$.
Pour déterminer le nombre de solutions de l'équation $h(x) = 0$, on étudie la fonction h.
$h'(x) = -\mathrm{e}^{-x} - 1$ donc $h'(x) < 0$; la fonction h est donc strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

- $h(-1) = \mathrm{e}^{1} + 1 - 2 = \mathrm{e} - 1 > 0$; comme h est strictement décroissante, $h(x) > 0$ pour $x < -1$, donc h ne s'annule pas sur l'intervalle $]-\infty\,;\,-1[$.
- $h(0) = \mathrm{e}^{0} - 2 = -1 < 0$; comme h est strictement décroissante, $h(x) < 0$ pour $x > 0$, donc h ne s'annule pas sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
- Sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$, la fonction h est continue et strictement décroissante, et on sait que $h(-1) > 0$ et $h(0) < 0$; donc d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique.

La droite Δ et la courbe $\mathscr{C}_g$ ont donc un unique point d'intersection dont l'abscisse est comprise entre -1 et 0.

Exercice B

Principaux domaines abordés : Fonction logarithme ; dérivation.

Partie I : étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = \ln(x) + 2x - 2$.

1. On détermine les limites de g en $+\infty$ et 0.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} 2x-2 = +\infty\end{array}\right\} \Longrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln(x) = -\infty\\ \lim\limits_{x\to 0} 2x-2 = -2\end{array}\right\} \Longrightarrow \lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x) = -\infty$$

2. La fonction g est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$, et $g'(x) = \dfrac{1}{x} + 2 > 0$; donc la fonction g est strictement croissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

3. On établit le tableau des variations de la fonction g :

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

D'après ce tableau de variations, on peut dire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]0\,;\,+\infty[$.

4. $g(1) = 0$ donc $\alpha = 1$.
On en déduit que $g(x) < 0$ sur $]0\,;\,1[$, et que $g(x) > 0$ sur $]1\,;\,+\infty[$.

Partie II : étude d'une fonction f

On considère la fonction f, définie sur $]0\,;\,+\infty[$par : $f(x) = \left(2 - \dfrac{1}{x}\right)[\ln(x) - 1]$.

1. **a.** On admet que la fonction f est dérivable sur $]0~;~+\infty[$ et on note f' sa dérivée.
Pour tout x de $]0~;~+\infty[$, on a :
$f'(x) = \left(\dfrac{1}{x^2}\right)(\ln(x)-1) + \left(2-\dfrac{1}{x}\right)\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{\ln(x)-1+2x-1}{x^2} = \dfrac{\ln(x)+2x-2}{x^2} = \dfrac{g(x)}{x^2}$

b. Sur $]0~;~+\infty[$, $x^2>0$ donc $f'(x)$ est du signe de $g(x)$ qui s'annule pour $x=1$.
$f(1) = \left(2-\dfrac{1}{1}\right)(\ln(1)-1) = -1$
On dresse le tableau de variations de f :

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘	-1	↗	

2. $f(x)=0 \iff \left(2-\dfrac{1}{x}\right)(\ln(x)-1)=0 \iff 2-\dfrac{1}{x}=0$ ou $\ln(x)-1=0$

$\iff 2=\dfrac{1}{x}$ ou $\ln(x)=1 \iff x=\dfrac{1}{2}$ ou $x=\mathrm{e}$

L'équation $f(x)=0$ admet donc deux solutions sur $]0~;~+\infty[$: $x=\dfrac{1}{2}$ et $x=\mathrm{e}$.
On complète le tableau de variations de f en intégrant les solutions de l'équation $f(x)=0$:

x	0		$\frac{1}{2}$		1		e		$+\infty$
$f(x)$	‖	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	

On en déduit le tableau de signes de la fonction f sur $]0~;~+\infty[$:

x	0		$\frac{1}{2}$		e		$+\infty$
$f(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Partie III : étude d'une fonction F admettant pour dérivée la fonction f

On admet qu'il existe une fonction F dérivable sur $]0~;~+\infty[$ dont la dérivée F' est la fonction f. Ainsi, on a : $F'=f$. On note $\mathcal{C}_F$ la courbe représentative de la fonction F dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. Par définition $F'=f$, donc le signe de $F'(x)$ est celui de $f(x)$. On en déduit les variations de la fonction F sur $]0~;~+\infty[$:

x	0		$\frac{1}{2}$		e		$+\infty$
$F'(x)=f(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
F	‖	F croissante		F décroissante		F croissante	

2. Le coefficient directeur de la tangente en $x=a$ à la courbe $\mathcal{C}_F$ représentative de F est $F'(a)$ soit $f(a)$. Pour que $\mathcal{C}_F$ admette des tangentes parallèles à l'axe des abscisses, il faut trouver des valeurs de x pour lesquelles $F'(x)=0$ c'est-à -dire $f(x)=0$.
D'après les questions précédentes, on peut dire $\mathcal{C}_F$ admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses, en $x=\frac{1}{2}$ et en $x=\mathrm{e}$.