Antilles/Guyane – Juin 2019

DNB – Mathématiques – Correction

Exercice 1

1. Les nombres écrits sur le deuxième dé sont : 1, 3, 5, 7, 9 et 11.
   Les nombres écrits sur le troisième dé sont : 2, 3, 5, 7, 11 et 13.

2. **a.** Le seul nombre dont le carré est égal à 25 est 5.
   Elle a donc lu le nombre 5.

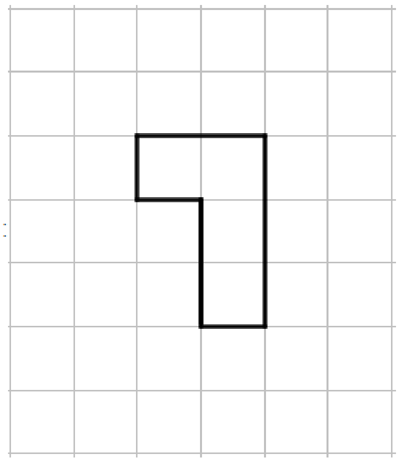
   b. Seuls les nombres 6, 8, 10 et 12 ont des carrés supérieurs à 25.
   La probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé est $\frac{4}{6}$ soit $\frac{2}{3}$.

3. **a.** $525 = 5 \times 5 \times 3 \times 7$. C'est la seule décomposition possible (aux permutations de nombres près) de 525.
   Lors des quatre lancers, Mohamed a donc obtenu les nombres 3, 5 deux fois et 7.

   b. Ces trois nombres apparaissent à la fois sur le deuxième et le troisième dé. Il n'est donc pas possible de déterminer quel dé à été choisi.

Exercice 2

1. On obtient la figure suivante :

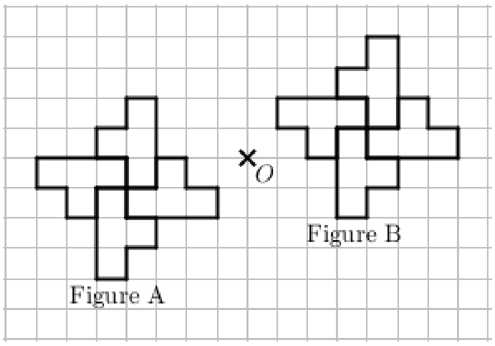


2. C'est le script suivant qui permet d'obtenir le motif souhaité :

3. **a.** Il s'agit d'une rotation de centre le point commun aux quatre motifs et d'angle $90°$ dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

b. Il faut modifier le script commun ainsi.

4. Voici où est placé le centre de symétrie O.



Exercice 3

1. **a.** On appelle N le nombre de décès sur l'ensemble des routes en France.
Ainsi $0,55 \times N = 1\,911$.
Par conséquent $N = \dfrac{1\,911}{0,55} \approx 3\,475$.
En 2016, il y a eu environ $3\,475$ décès sur l'ensemble des routes en France.

b. $\dfrac{400}{3\,475} \approx 0,115$.
Le nombre de morts sur l'ensemble des routes de France aurait donc baissé d'environ $11,5\%$.

2. **a.** $\dfrac{82 \times 1 + 86 \times 7 + 90 \times 4 + 91 \times 3 + 97 \times 6}{1 + 7 + 4 + 3 + 6} = \dfrac{1\,899}{21} \approx 90,4$.
La vitesse moyenne de ces automobilistes est d'environ $90,4$ km/h.

b. L'étendue est égale à 27 km/h.
La valeur contenue dans la cellule $B1$ est donc $97 - 27 = 70$.
La médiane est égale à 82 km/h, valeur présente qu'une seule fois dans cette série statistique.
Il y a donc autant de valeurs qui lui sont supérieures que de valeurs qui lui sont inférieures.
20 vitesses sont supérieures à 82 km/h.
or $2 + 10 + 6 = 18$. Par conséquent, la valeur de la cellule $B2$ est égale à $20 - 18$ soit 2.

c. On peut saisir la formule $= \text{SOMME}(B2 : J2)$.

Exercice 4

1. Dans le triangle ABH rectangle en B on a :
   $\tan \widehat{HAB} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{324}{600} = 0,54$
   Par conséquent $\widehat{HAB} \approx 28°$.

2. On appelle T le point de la figure correspondant au sommet de la tête de Leila.
   On veut donc que l'angle $\widehat{TAL}$ soit égal à $\widehat{HAB}$.
   Dans le triangle ALT rectangle en L on a :
   $\tan \widehat{TAL} = \dfrac{TL}{AL} = \dfrac{1,70}{AL}$.
   On veut donc que $\dfrac{1,70}{AL} = 0,54$ soit $AL = \dfrac{1,70}{0,54}$.
   Or $\dfrac{1,70}{0,54} \approx 3,148$.
   Leila doit donc se situer à moins de $3,15$ m de l'objectif.

Exercice 5

1. **a.** Avec le programme A, en choisissant le nombre 5, on obtient : $4 \times 5 + (5-2)^2 = 20 + 3^2 = 29$.

   b. Avec le programme A, en choisissant le nombre 5, on obtient : $5^2 + 6 = 25 + 6 = 31$.

2. Avec le programme A, on obtient :
   $$\begin{aligned} 4x + (x-2)^2 &= 4x + (x-2) \times (x-2) \\ &= 4x + x^2 - 2x - 2x + 4 \\ &= x^2 + 4 \end{aligned}$$
   Remarque : Si tu connais les identités remarquables, tu peux écrire directement que
   $(x-2)^2 = x^2 - 2 \times 2 \times x + 2^2 = x^2 - 4x + 4$.

3. Avec le programme B, on obtient : $x^2 + 6$.

4. **a.** Si on choisit le nombre $\dfrac{2}{3}$ dans le programme B on obtient alors :
   $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 + 6 = \dfrac{4}{9} + \dfrac{54}{9} = \dfrac{58}{9}$.
   L'affirmation A est vraie.

   b. Si on choisit le nombre 0 dans le programme B on obtient alors :
   $0^2 + 6 = 6$ qui est pair.
   L'affirmation B est donc fausse.
   Remarque : On peut choisir, en fait, n'importe quel nombre pair.

   c. 6 et x^2 sont des nombres positifs. Leur somme est donc également positive.
   L'affirmation C est vraie.

d. On a $x^2 + 6 = x^2 + 4 + 2$.
Ainsi le résultat du programme B est égal au résultat du programme A augmenté de 2.
Un nombre pair augmenté de 2 est pair et un nombre impair augmenté de 2 est également impair.
Les nombres obtenus avec les programme A et B ont donc la même parité.
L'affirmation D est vraie.

Exercice 6

1. **a.** La représentation graphique associée au verre A est une droite passant par l'origine du repère. Il y a donc proportionnalité entre le volume et la hauteur de jus de fruits avec le verre A.

   b. Si la hauteur est de 5 cm alors le volume est de 140 cm^3.

   c. Si on verse 50 cm^3 dans le verre B alors la hauteur de jus de fruit est de $5,6$ cm.

2. Volume du verre A :
   $$\begin{aligned} V_A &= \pi \times 3^2 \times 10 \\ &= 90\pi \\ &\approx 283 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

   Volume du verre B :
   $$\begin{aligned} V_B &= \frac{1}{3} \times \pi \times 5,2^2 \times 10 \\ &= \frac{1\ 352\pi}{3} \\ &\approx 283 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

   Les deux verres ont donc le même volume total à 1 cm^3 près.

3. Le volume de jus de fruit contenu dans le verre A correspond à celui d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur h.
   Le volume est donc égal à $V = \pi \times 3^2 \times h = 9\pi \times h$.
   Par conséquent $9\pi \times h = 200$ soit $h = \dfrac{200}{9\pi} \approx 7$.
   Il y a donc environ 7 cm de jus de fruits dans le verre A.
   Remarque : On vérifie que c'est cohérent avec ce qu'on peut lire sur le graphique.

4. **a.** Graphiquement, avec le verre A, il obtient un volume supérieur à celui obtenu avec le verre B.
   Il doit donc choisir le verre B pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits.

   b. Volume de jus de fruits dans le verre A : $\pi \times 3^2 \times 8 = 72\pi$ cm^3.
   Or 1 L $= 1\ 000$ cm^3.
   Et $\dfrac{1\ 000}{72\pi} \approx 4,42$.
   Il pourra donc servir au maximum 4 verres.