Brevet 2019 - Asie
Correction

Exercice 1

1. En partant du nombre de départ 1, Nina obtient successivement :
1 puis $1-1=0$ et $0\times(-2)=0$ enfin $0+2=2$

En partant du nombre de départ 1, Claire obtient successivement :

1 puis $-\frac{1}{2}\times 1=-\frac{1}{2}$ enfin $-\frac{1}{2}+1=-\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{1}{2}$. Or $4\times\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=2$

$\boxed{\text{En prenant 1 au départ, Nina obtient bien un nombre quatre fois plus grand que celui de Claire.}}$

2. *On peut utiliser deux méthodes : résolution d'équation ou remontée du programme à l'envers !*

Méthode de la remontée :
Le nombre final est 0. Comme en dernière étape Nina a ajouté 2, on enlève 2.
Donc $0-2=-2$. Elle avait multiplié par -2, nous allons diviser par -2 : $-2\div(-2)=1$.
Elle a commencé par soustraire 1, ajoutons 1 : $1+1=2$
Vérifions : on part de 2 puis $2-1=1$ et $1\times(-2)=-2$ enfin $-2+2=0$. C'est bon ! !

Méthode de l'équation :
Poson x le nombre de départ qui permet d'obtenir 0 à la fin.
On obtient successivement : x puis $x-1$ et $(x-1)\times(-2)$ enfin $-2(x-1)+2$. Il faut résoudre :

$$-2(x-1)+2=0$$
$$-2x+2+2=0$$
$$-2x+4=0$$
$$-2x=-4$$
$$x=\frac{-4}{-2}$$
$$x=2$$

$\boxed{\text{En prenant 2 comme nombre de départ Nina obtient 0 à la fin.}}$

3. *Il faut cette fois-ci modéliser les programmes de Nina et Claire à l'aide d'une expression littérale.*
Posons x le nombre de départ pour les deux programmes.

Nous avons vu que Nina obtient $-2(x-1)+2=-2x+2+2=-2x+4$ à la fin.

Claire obtient successivement : x puis $-\frac{1}{2}x$ et $-\frac{1}{2}x+1$

Testons la conjecture : $4\left(-\frac{1}{2}x+1\right)=-\frac{4}{2}x+4=-2x+4$. $\boxed{\text{Nina a raison.}}$

Exercice 2

Dans une lecture de tableau il est essentiel de prendre le temps de lire les unités d'expression des résultats.

1. En 1990 l'Union Européenne émettait 5 680,9 millions de tonnes de $CO2$.
Il faut diminuer ce nombre de 21 %.

Méthode 1 :

$5\,680{,}9\times\frac{21}{100}=1\,192{,}989$ puis $5\,680{,}9-1\,192{,}989=4\,487{,}911\approx 4\,487{,}9$

Méthode 2 :

On sait que diminuer une grandeur de 21 % revient à multiplier cette grandeur par $1-\dfrac{21}{100}=1-0,21=0,79$.
Or $5\,680,9\times 0,79=4\,487,911\approx 4\,487,9$

$\boxed{\text{En 2013, l'Union Européenne émettait environ 4 487,9 millions de tonnes de CO2.}}$

2. $\dfrac{2}{5}\times 549,4=219,76$. Donc diminuer de $\dfrac{2}{5}$ les émissions de 1990 revient à les ramener à $549,4-219,76=329,64$ en 2030.

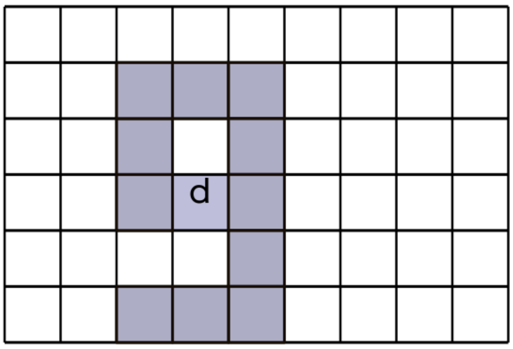
$\dfrac{1}{3}\times 490,2=163,4$. Donc diminuer de $\dfrac{1}{3}$ les émissions de 2013 revient à les ramener à $490,2-163,4=326,8$ en 2030.

$\boxed{\text{Diminuer de deux cinquièmes les émissions de CO2 de 1990 revient bien au tiers de celles de 2013 !}}$

Exercice 3

Depuis le temps que nous attendions un exercice d'algorithmique qui n'utilise pas Scratch... le voici. Nous sommes sur un langage assez proche du langage naturel et donc de la tortue (voir geotortue)

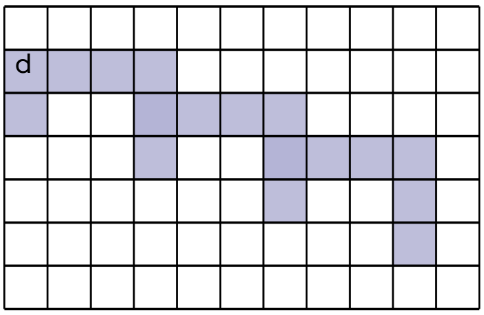
1.



2.a $\boxed{\text{Il s'agit du programme 2 : } 3(1S\ 1N\ 3E\ 1S)}$

2.b Pour comprendre la différence entre les deux programmes on peut développer les programmes et ne les écrire qu'avec les premisses E W N et S.

Programme 1 : $S\,N\,E\,E\,E\,S\,S\,N\,E\,E\,E\,S\,S\,N\,E\,E\,E\,S\,S=1S\,3(1N\ 3E\ 2S)$
Programme 2 : $S\,N\,E\,E\,E\,S\,S\,N\,E\,E\,E\,S\,S\,N\,E\,E\,E\,S=3(1S\ 1N\ 3E\ 1S)$
On constate que la seule différence est le dernier S dans le programme 1 ce qui produit la figure suivante :



3. En partant de d il faut faire 1S puis 1E et une nouvelle fois 1E avant de remonter en 1N et on répéte 4 fois !

$\boxed{\text{Le nouveau programme est } 4(1S\ 2E\ 1N) \text{ : on modifie } 1E \text{ en } 2E\,!}$

Exercice 4

Pour utiliser la notion de masse volumique, masse par unité de volume, il faut d'abord calculer le volume ! Attention à ce calcul, il faut penser utiliser le volume de deux cylindres. Attention aussi à passer du diamètre au rayon.

Ce cylindre creux en béton peut-être considéré comme un cylindre plein de 101 cm de diamètre soit $50,5$ cm de rayon, auquel on a retiré un cylindre de 90 cm de diamètre soit 45 cm de rayon.

$V_{cylindre\ plein} = \pi \times (50,5\ cm)^2 \times 50\ cm = 127\,512{,}5\pi\ cm^3 \approx 400\,592\ cm^3$
$V_{cylindre\ vide} = \pi \times (45\ cm)^2 \times 50\ cm = 101\,250\pi\ cm^3 \approx 318\,086\ cm^3$

$V_{beton} = V_{cylindre\ plein} - V_{cylindre\ vide} = 127\,512{,}5\pi\ cm^3 - 101\,250\pi\ cm^3 = 26\,262{,}5\pi\ cm^3 \approx 82\,506\ cm^3$

La masse volumique du béton est de $2\,400\ kg/m^3$ ce qui signifie que un volume de $1\ m^3$ de béton a une masse de $2\,400\ kg$.

On sait que $1\ m^3 = 1\,000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$.
Ainsi $V_{beton} \approx 82\,506\ cm^3 \approx 82{,}506\ dm^3 \approx 0{,}082\,506\ m^3$

En faisant les calculs en utilisant le mètre pour unité dès le début, on s'évite bien des difficultés de conversion ! Il suffit de prendre respectivement à $0,505$ m et $0,45$ m pour les rayons des cylindres.
$0{,}082\,506 \times 2\,400\ kg \approx 198\ kg$

Un cylindre en béton a une masse de 198 kg. Sa remorque ne peut transporter que 500 kg à la fois. Or $500 = 2 \times 198 + 104$. Il ne peut donc transporter que 2 cylindres à la fois. Comme $5 = 2 \times 2 + 1$

$\boxed{\text{Il devra faire 3 allers-retours !}}$

Exercice 5

Cet exercice demande de caractériser correctement les carrés et rectangles.

1. D'après le codage, les diagonales du quadrilatère $ABCD$ se coupent en leur milieu. Or on sait que :

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

On constate par le codage que $AC = 2 \times 3,5\ cm = 7\ cm$ et que $BD = 2 \times 3,5\ cm = 7\ cm$ donc que $AC = BD$. Or on sait que :

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

$\boxed{ABCD \text{ est un rectangle !}}$

2. On sait qu'un carré est un rectangle puisqu'il possède quatre angles droits ! Un carré est également un losange puisqu'il a ses quatre côtés égaux ! Nous savons également que :

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Vérifions si les diagonales de $ABCD$ sont perpendiculaires. Dans le triangle ABO calculons et comparons $OA^2 + OB^2$ et AB^2

$OA^2 + OB^2 = 3,5^2 + 3,5^2$
$OA^2 + OB^2 = 12,25 + 12,25$
$OA^2 + OB^2 = 24,5$

$AB^2 = 5^2$
$AB^2 = 25$

Ainsi $OA^2 + OB^2 \neq AB^2$ d'après le **théorème contraposé de Pythagore** le triangle OAB n'est pas rectangle. Les diagonales du rectangle $ABCD$ ne sont pas perpendiculaires.

$\boxed{ABCD \text{ n'est pas un carré.}}$

Exercice 6

Attention encore à bien lire les unités des valeurs exprimées dans le tableau.

1. Il suffit de faire la somme : $19\,741 + 11\,784 = 31\,725$. Il y a donc $31\,725$ milliers de véhicules circulant en France en 2014 soit $31\,725\,000$

$\boxed{\text{Il y a bien } 31\,725\,000 \text{ véhicules circulant en France en 2014.}}$

2. On peut raisonner en milliers de véhicules sans changer la proportion. $\dfrac{11\,984}{31\,725} \approx 0,38$

$\boxed{\text{Il y a environ 38 \% de véhicules essence dans le parc en circulation en 2014.}}$

3.a Calculons la distance annuelle parcourue en moyenne par Hugo avec son véhicule.

$\dfrac{103\,824\ km}{7} = 14\,832\ km$. D'après le document 1 cela correspond plus à la moyenne pour un véhicule diesel.

$\boxed{\text{C'est pourquoi le présentateur pense que Hugo a un véhicule diesel.}}$

3.b Si on considère l'expérience aléatoire qui consiste à choisir un véhicule au hasard de manière équiprobable parmi $31\,725\,000$ de véhicules.
Dans ce cas la probabilité de choisir un véhicule essence est la proportion de la question **1.**

Il y a donc environ 38 % de chance de choisir un véhicule essence et 62 % de chance de choisir un véhicule diesel.
Même si la probabilité de choisir un véhicule diesel est supérieure à celle de choisir un véhicule essence et même si le kilométrage annuel semble encore confirmer cette hypothèse, il est tout à fait possible que le véhicule d'Hugo soit un véhicule essence.

$\boxed{\text{Le véhicule d'Hugo est peut-être un véhicule essence.}}$

Un raisonnement bayésien à base de probabilités conditionnelles permettrait d'affiner ces calculs... mais cela dépasse largement le cadre d'un sujet de brevet !
Par exemple si on fait l'hypothèse qu'une voiture qui parcourt $14\,823$ *km par an est dans* 80 % *des cas un véhicule diesel et dans* 20 % *des cas une voiture essence alors la probabilité qu'Hugo ait une voiture diesel connaissant son kilomètrage est environ* 87 %*... tout cela n'empêche pas Hugo d'avoir un véhicule essence !*

Exercice 7

1. La fonction $f(x) = -2x + 8$ est une fonction affine de coefficient directeur -2 et d'ordonnée à l'origine 8.
Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par le point de coordonnées $(0;8)$.
Cette droite « descend » car $-2 < 0$.
Inutile de donner tous ces arguments ! Il suffit de dire de la représentation graphique d'une fonction affine est une droite pour conclure !

$\boxed{C_2 \text{ est bien la représentation graphique de } f.}$

2. $f(3) = -2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$
C'est confirmé par le graphique où on constate que le point $(3;2)$ appartient bien à la représentation graphique de f.

$\boxed{f(3) = 2}$

3. D'après le graphique c'est un nombre proche de 1. Démontrons cette conjecture. Il suffit de résoudre :

$$\begin{aligned} f(x) &= 6 \\ -2x + 8 &= 6 \\ -2x &= 6 - 8 \\ -2x &= -2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$\boxed{f(1) = 6}$

4. Il suffit d'écrire l'expression $-2x + 8$ en utilisant la case $B1$ à la place de x et en respectant la syntaxe tableur.

$\boxed{= -2 * B1 + 8 \text{ est à écrire dans la cellule } B2 \text{ puis à recopier jusque } G2.}$