Math93.com

DNB - Brevet des Collèges 2017 Amérique du Nord

7 juin 2017
Correction

Remarque : *dans la correction détaillée ici proposée, les questions des exercices sont presque intégralement réécrites pour faciliter la lecture et la compréhension du lecteur. Il est cependant exclu de faire cela lors de l'examen, le temps est précieux ! Il est par contre nécessaire de numéroter avec soin vos questions et de souligner ou encadrer vos résultats. Pour plus de précisions et d'astuces, consultez la page dédiée de math93.com : présenter une copie, trucs et astuces.*

Exercice 1. 4.5 points

Question 1 (Réponse b)

La somme $\frac{7}{4}+\frac{2}{3}$ est égale a :

a. $\frac{9}{7}$ $\boxed{\textbf{b. } \frac{29}{12}}$ **c.** $\frac{9}{12}$

Preuve.

$$\begin{aligned}\frac{7}{4}+\frac{2}{3} &= \frac{7\times3}{4\times3}+\frac{2\times4}{3\times4}\\ &= \frac{21+8}{12}\\ \frac{7}{4}+\frac{2}{3} &= \frac{29}{12}\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse b.

Question 2 (Réponse b)

L'équation $5x+12=3$ a pour solution :

a. 1,8 **b.** 3 $\boxed{\textbf{c. } -1{,}8}$

Preuve.

$$\begin{aligned}5x+12=3 &\iff 5x=3-12\\ &\iff 5x=-9\\ &\iff x=-\frac{9}{5}=-1{,}8\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse c.

Question 3 (Réponse b)

Une valeur approchée, au dixième près, du nombre $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ est :

a. 2,7 $\boxed{\textbf{b. } 1{,}6}$ **c.** 1,2

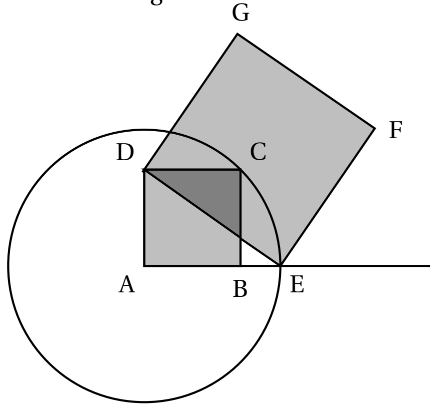
Preuve.

Il faut juste ne pas oublier les parenthèse sur la calculatrice : $\left(\sqrt{5}+1\right)\div2\approx1{,}6$. La bonne réponse est la réponse b.

Exercice 2. 9.5 points

Avec un logiciel de géométrie, on exécute le programme ci-dessous.

Figure obtenue :



Programme de construction :
- Construire un carré ABCD ;
- Tracer le cercle de centre A et de rayon [AC] ;
- Placer le point E à l'intersection du cercle et de la demi-droite [AB) ;
- Construire un carré DEFG.

1. Sur la copie, réaliser la construction avec AB = 3 cm.

2. *Dans cette question, AB = 10 cm.*

2. a. Montrer que AC = $\sqrt{200}$ cm.

Dans le triangle BAC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 10^2 + 10^2$$
$$AC^2 = 100 + 100$$
$$AC^2 = 200$$

Or AC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$AC = \sqrt{200}$$
$$AC \approx \underline{14{,}14 \text{ cm}}$$

On a bien montré que $\underline{\text{AC} = \sqrt{200} \text{ cm}}$.

2. b. Expliquer pourquoi AE = $\sqrt{200}$ cm.

Les points E et C appartiennent au cercle de centre A et de rayon [AC], donc $\underline{AE = AC = \sqrt{200} \text{ cm}}$.

2. c. Montrer que l'aire du carré DEFG est le triple de l'aire du carré ABCD.

- Calculons DE.
  Le triangle ADE est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore :

$$DE^2 = DA^2 + AE^2$$
$$DE^2 = 10^2 + \left(\sqrt{200}\right)^2$$
$$DE^2 = 100 + 200 = 300$$

- Donc :
  - l'aire du carré DEFG est $DE^2 = 300 \text{ cm}^2$;
  - l'aire du carré ABCD est $AB^2 = 100 \text{ cm}^2$;
- Conclusion : l'aire du carré DEFG est bien le triple de l'aire du carré ABCD puisque $300 \text{ cm}^2 = 3 \times 100 \text{ cm}^2$.

3. On admet pour cette question que pour n'importe quelle longueur du côté [AB], l'aire du carré DEFG est toujours le triple de l'aire du carré ABCD. En exécutant ce programme de construction, on souhaite obtenir un carré DEFG ayant une aire de 48 cm^2. Quelle longueur AB faut-il choisir au départ ?

L'aire du carré DEFG de 48 cm^2 est toujours le triple de l'aire du carré ABCD qui vaut AB^2 donc on a (puisque $AB > 0$) :

$$3 \times AB^2 = 48 \Longleftrightarrow AB^2 = 16 \Longleftrightarrow \underline{AB = 4 \text{ cm}}$$

 ©ISSN 2272-5318

Exercice 3. — 6 points

Il y a dans une urne 12 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 12. On veut tirer une boule au hasard.

1. Est-il plus probable d'obtenir un numéro pair ou bien un multiple de 3 ?

- Les 12 boules sont numérotées de 1 à 12 donc il y a 6 nombres pairs qui sont 2, 4, 6, 8, 10 et 12 .
- En outre, il y a 4 multiples de 3 qui sont : 3, 6, 9 et 12.
- Puisqu'il y a équiprobabilité (les boules sont indiscernables au toucher), la probabilité de tirer un nombre pair qui est $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ est supérieure à celle de tirer un multiple de 3 qui est de $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

2. Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro inférieur à 20 ?

Les 12 boules portent un numéro inférieur à 20 donc la la probabilité d'obtenir un numéro inférieur à 20 est celle de l'évènement certain, soit 1.

3. On enlève de l'urne toutes les boules dont le numéro est un diviseur de 6. On veut à nouveau tirer une boule au hasard. Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est alors 0,375.

- Les boules dont le numéro est un diviseur de 6 sont :

  1, 2, 3 et 6

- On enlève donc 4 boules de l'urne, il en reste 8 qui sont :

  4, 5, 7, 8, 9, 10, 11 et 12

- Parmi ces 8 boules, 3 portent un nombre premier :

  5, 7, et 11

- La probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est alors :

$$p=\frac{3}{8}=0,375$$

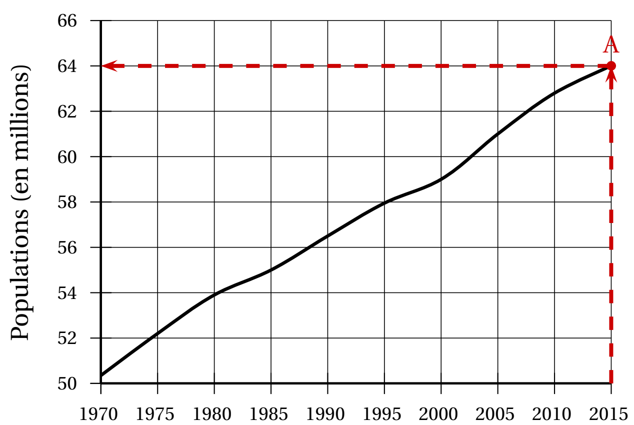
Exercice 4. — 10 points

Document 1

En 2015, environ 4,7 % de la population française souffrait d'allergies alimentaires.
En 2010, les personnes concernées par des allergies alimentaires étaient deux fois moins nombreuses qu'en 2015.
En 1970, seulement 1 % de la population était concernée.

Source : Agence nationale de la sécurité sanitaire de l'alimentation, de l'environnement et du travail.

Document 2



Partie 1 :

1. Déterminer une estimation du nombre de personnes, à 100 000 près, qui souffraient d'allergies en France en 2010.

- Par lecture sur le document 2, la population Française en 2015 est d'environ 64 millions. *Sur le graphique, en rouge, ordonnée du point A.*
- Or en 2015, environ 4,7 % de la population française souffrait d'allergies alimentaires soit en millions :

$$64\times\frac{4,7}{100}=3.008$$

- En 2010, les personnes concernées par des allergies alimentaires étaient deux fois moins nombreuses qu'en 2015, ce qui nous donne pour 2010 un nombre d'allergiques de : $3.008\div 2=1,504$.
  Soit en arrondissant à 100 00 près environ <u>1,5 millions de personnes allergiques</u>.

2. Est-il vrai qu'en 2015, il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées qu'en 1970 ?

- Par lecture sur le document 2, la population Française en 1970 est d'environ 50.5 millions.
- En 1970, seulement 1 % de la population était concernée soit en millions :

$$50.5 \times \frac{1}{100} = 0,505$$

- SI l'on compare aux 3,008 millions de 2015 on obtient en effet :

$$3.008 \div 0,505 \approx 5.95$$

Donc on peut affirmer effectivement qu'en 2015, il y avait environ 6 fois plus de personnes concernées qu'en 1970.

Partie 2 :

En 2015, dans un collège de 681 *élèves,* 32 *élèves souffraient d'allergies alimentaires. Le tableau suivant indique les types d'aliments auxquels ils réagissaient.*

Aliments	Lait	Fruits	Arachides	Poisson	Oeuf
Nombre d'élèves concernés	6	8	11	5	9

1. La proportion des élèves de ce collège souffrant d'allergies alimentaires est-elle supérieure à celle de la population française ?
En 2015, dans un collège de 681 élèves, 32 élèves souffraient d'allergies alimentaires soit une proportion de :

$$\frac{32}{681} \approx 0.047$$

Or en 2015, on a aussi environ 4,7 % de la population française qui souffrait d'allergies alimentaires. Les deux proportion sont donc du même ordre.

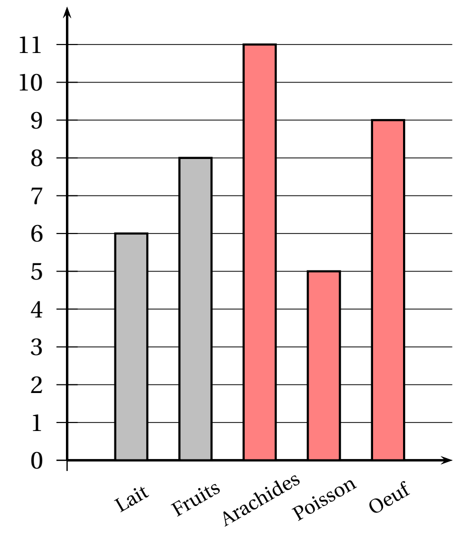
2. Jawad est étonné : « J'ai additionné tous les nombres indiqués dans le tableau et j'ai obtenu 39 au lieu de 32 ». Expliquer cette différence.
Certains élèves souffrent de plusieurs allergies alimentaires et sont donc comptabilisés dans plusieurs catégories, c'est pour cela que l'addition des effectifs du tableau est supérieure à l'effectif total de 32 élèves.

3. *Lucas et Margot ont chacun commencé un diagramme pour représenter les allergies des 32 élèves de leur collège* :

3. a. Qui de Lucas ou de Margot a fait le choix le mieux adapté à la situation ? Justifier la réponse.
Le diagramme de Lucas est plus adapté puisqu'on étudie un caractère qualitatif.

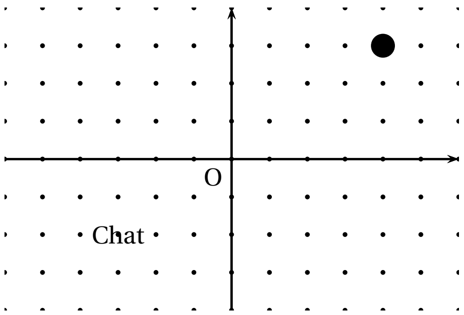
3. b. Reproduire et terminer le diagramme choisi à la question a.

Diagramme de Lucas



Exercice 5. 5 points

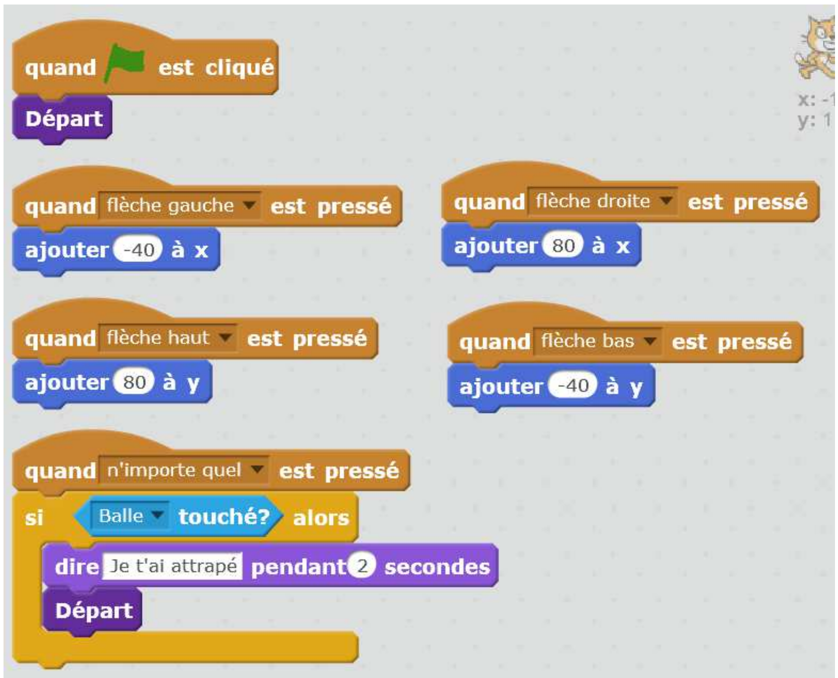
L'image ci-dessous représente la position obtenue au déclenchement du bloc départ d'un programme de jeu.



L'arrière-plan est constitué de points espacés de 40 unités. Dans cette position, le chat a pour coordonnées $(-120\,;\,-80)$.
Le but du jeu est de positionner le chat sur la balle.

1. Quelles sont les coordonnées du centre de la balle représentée dans cette position ?
L'arrière-plan est constitué de points espacés de 40 unités et la balle est située sur le 4^e^ point à droite et 4^e^ point vers le haut.
Le centre de la balle a donc pour coordonnées $(4 \times 40\,;\,3 \times 40)$ soit $\underline{(160\,;\,120)}$.

2. *Dans cette question, le chat est dans la position obtenue au déclenchement du bloc départ. Voici le script du lutin « chat » qui se déplace.*



a. Expliquez pourquoi le chat ne revient pas à sa position de départ si le joueur appuie sur la touche → puis sur la touche ←.
Le chat ne se déplace du même nombre d'unité vers la gauche (?40) que vers la droite (80). Il ne reviendra donc pas à sa position de départ si le joueur appuie sur la touche? puis sur la touche?.

b. Le joueur appuie sur la succession de touches suivante : → → ↑ ← ↓. Quelles sont les coordonnées x et y du chat après ce déplacement ?

Touche pressée	Déplacement	Coordonnées
Départ		$(-120\,;\,-80)$
→	$+80$ à x	$(-40\,;\,-80)$
→	$+80$ à x	$(40\,;\,-80)$
↑	$+80$ à y	$(40\,;\,0)$
←	-40 à x	$(0\,;\,0)$
↓	-40 à y	$(0\,;\,-40)$

c. Parmi les propositions de succession de touches ci-dessous, laquelle permet au chat d'atteindre la balle ?

Déplacement 1	Déplacement 2	Déplacement 3
→→→→→→→↑↑↑↑↑	→→→↑↑↑→↓←	↑→↑→↑→→↓↓

La séquence n°2 →→→↑↑↑→↓← permet au chat d'atteindre la balle. En effet :

- il se déplace 3 fois vers la droite et une fois vers la gauche : son abscisse devient :

$$-120+3\times 80-40=160$$

- Il se déplace également 3 fois vers le haut et une fois vers le bas , son ordonnée devient :

$$-80+3\times 80-40=120$$

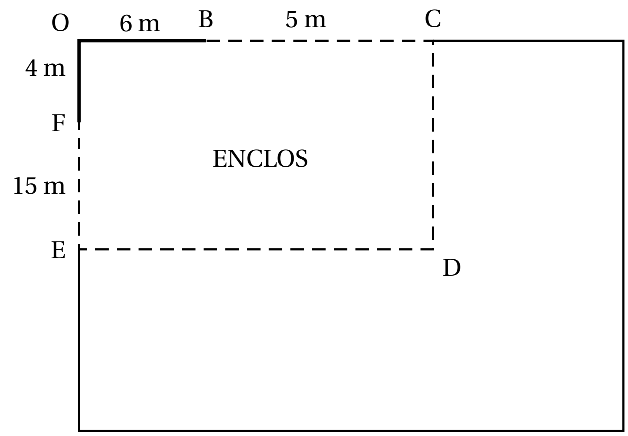
- Il se retrouve bien aux coordonnées 160 ; 120) qui sont celles de la balle.

3. Que se passe-t-il quand le chat atteint la balle ?
Quand le chat atteint la balle le texte « *Je t'ai attrapé* » s'affiche pendant 2 secondes.

©ISSN 2272-5318

Exercice 6. 10 points

Le schéma ci-contre représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle. [OB] et [OF] sont des murs, OB = 6 m et OF = 4m. La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un ***enclos rectangulaire OCDE****. Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.*



Leila envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

1. En plaçant C pour que BC = 5 m, elle obtient que FE = 15 m.

1. a. Vérifier qu'elle utilise les 50 m de grillage.

- Le point B appartient au segment [BC] , donc :

$$OC = OB + BC = 6 + 5 = 11 \text{ m}$$

- Le point F appartient au segment [OE] , donc

$$OE = OF + FE = 4 + 15 = 19 \text{ m}$$

- Puisque ACDE est un rectangle on a : $\begin{cases} OC = ED = 11 \text{ m} \\ CD = OE = 19 \text{ m} \end{cases}$
- Leïla ne met pas de grillage sur les segments [OB] et [OF]. La longueur de grillage utilisée est donc :

$$\mathscr{L} = BC + CD + DE + EF = 5 + 19 + 11 + 15 = \underline{50 \text{ m}}$$

Elle utilise donc les 50 m de grillage.

1. b. Justifier que l'aire A de l'enclos OCDE est 209 m^2.

L'aire de l'enclos est celle du rectangle OCDE donc son aire est :

$$A = OC \times OE = 11 \times 19 = \underline{209 \text{ m}^2}$$

2. Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeure de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier : « En notant BC = x, on a A(x) = $-x^2 + 18x + 144$ ».
Vérifier que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question 1.

- Lors de la question 1., on a montré que si $BC = 5$ m, alors l'aire de l'enclos est de 209 m^2.
- Or en utilisant la formule donnée on obtient :

$$\begin{aligned} A(5) &= -5^2 + 18 \times 5 + 144 \\ &= -25 + 90 + 144 \\ &= \underline{209} \end{aligned}$$

- Conclusion : la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question 1.

3. *Dans cette partie, les questions* ***a.*** *et* ***b.*** *ne nécessitent pas de justification.*

3. a. *Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule 12.*

B2 =-B1*B1+18*B1+144

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12	
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216	
3										

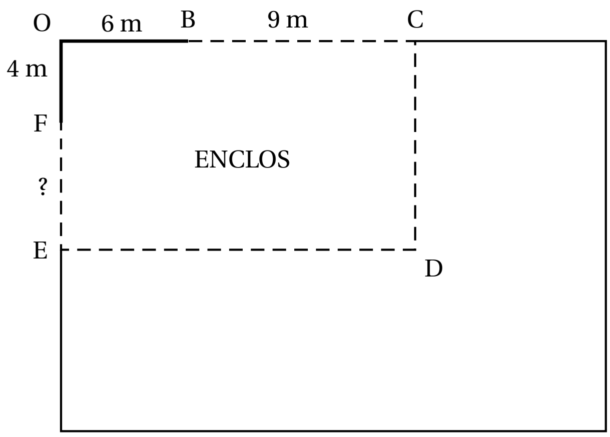
Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2 ?
Dans la cellule $F2$ on a $\boxed{= -F1 * F1 + 18 * F1 + 144}$.

3. b. Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin obtenir un enclos d'aire maximale ?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216

L'aire est maximale quand $\underline{BC = 9}$.

3. c. Donner les dimensions de l'enclos ainsi obtenu.
On est alors dans le cas suivant :



- On a alors $ED = OC = 9 + 6 = 15$ m.
- On cherche alors la mesure de $CD = OE$. Elle utilise les 50 mètres de grillage donc :

$$\begin{aligned}
BC + CD + ED + FE = 50 &\iff 9 + CD + CD - 4 + 15 = 50 \\
&\iff 9 + CD + CD - 4 + 15 = 50 \\
&\iff 2CD + 20 = 50 \\
&\iff 2CD = 30 \\
&\iff CD = \frac{30}{2} = 15
\end{aligned}$$

- De ce fait, l'enclos est donc un carré dont les côtés mesure $\underline{15 \text{ m}}$.

Fin du devoir