BAC 2017 ES

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE MATHS SPÉCIALITÉ

Mathématiques ES SPECIALITE Juin 2017

Exercice 1 :

1. a) $p(T_1 > 5) = p(5 < T_1 < 12) = \frac{12-5}{12-0} = \frac{7}{12} \approx 0,583$

   b) le temps moyen est $\frac{0+12}{2} = 6$

2. $p(0,75 < T_2 < 6) \approx 0,745$

3. a) loi binomiale de paramètres p = 0,1 et n = 10

   b) $p(X = 0) \approx 0,349$

4. n = 860 p = 0,9

   $n \geq 30 \quad n \times p = 774 \geq 5 \quad n \times (1-p) = 86 \geq 5$

   Intervalle de fluctuation : $I = [0,879; 0,921]$

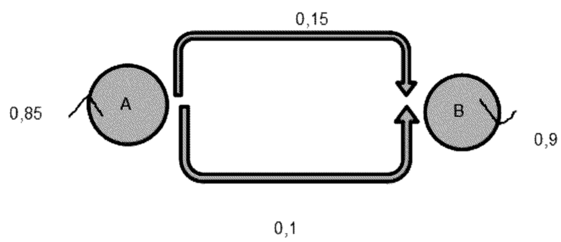
   $f = \frac{763}{860} \approx 0,887$

   $f \in I$ donc cela ne remet pas en question l'affirmation du gérant.

Exercice 2 :

Partie A :

1. $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$
2.



3. $M = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$

4.

$P_{n+1} = P_n \times M$

$\begin{pmatrix} a_{n+1} & b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$

donc $a_{n+1} = 0,85 \times a_n + 0,1 \times b_n$

or $b_n = 1 - a_n$

d'où $a_{n+1} = 0,85 \times a_n + 0,1 \times (1 - a_n) = 0,85a_n + 0,1 - 0,1a_n = 0,75a_n + 0,1$

5. a)
$v_{n+1} = a_{n+1} - 0,4 = 0,75 \times a_n + 0,1 - 0,4 = 0,75 \times (v_n + 0,4) - 0,3 = 0,75v_n + 0,3 - 0,3 = 0,75v_n$
Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.

$v_1 = a_1 - 0,4 = 1 - 0,4 = 0,6$

b) $v_n = v_1 \times 0,75^{n-1} = 0,6 \times 0,75^{n-1} = 0,6 \times 0,75^n \times 0,75^{-1} = 0,8 \times 0,75^n$
donc $a_n = v_n + 0,4 = 0,8 \times 0,75^n + 0,4$

c) $\lim 0,75^n = 0$ car $0,75 < 1$
donc $\lim v_n = 0$

d) On en déduit que $\lim a_n = 0,4$
Donc au bout d'un grand nombre d'énigmes, la probabilité que le joueur doive résoudre une énigme difficile est 0,4.
L'analyse est donc fausse car $0,4 < 0,5$.

Partie B :

A	B	C	D	E	F	G	Sommet
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	A
	2-A	6-A	10-A	∞	∞	∞	B
		5-B	10-A	∞	∞	17-B	C
			9-C	14-C	∞	17-C ou 17-B	D
				12-D	∞	17-C Ou 17-B	E
					13-E	16-E	F
						~~17-F~~ 16-E	G

Le chemin le plus court est : A-B-C-D-E-G.

Exercice 3 :

Partie A :

1 .

x	0		$\frac{2}{3}$		1
$-3x+2$		+	0	−	
$\exp(3x)$		+	⋮	+	
$f'(x)$		+	0	−	

x	0		$\frac{2}{3}$		1
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	1	↗	2,46	↘	0

2.

x	0		$\frac{1}{3}$		1
3		+	⋮	+	
$\exp(3x)$		+	⋮	+	
$1-3x$		+	0	−	
$f''(x)$		+	0	−	

L'abscisse du point d'inflexion est donc 1/3.

Le point d'inflexion a pour coordonnées $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}e\right)$

Partie B :

1.

$f(1) = g(1) = 0$

$f(0) = g(0) = 1$

2. a)

$e^{3x}-1\geq 0$

$e^{3x}\geq 1$

$\ln e^{3x}\geq \ln 1$

$3x\geq \ln 1$

$3x\geq 0$

$x\geq 0$

Donc pour tout x dans $[0;1]$, $e^{3x}-1\geq 0$.

b)

$Soit\ x\in[0;1]$

$e^{3x}-1\geq 0$

$donc\ e^{3x}-1+x\geq 0+x\geq 0$

c)

x	0		1
$1-x$		$+$	0
$exp(3x)-1+x$	0	$+$	
$f(x)-g(x)$	0	$+$	0

3.a)

$$\int_0^1 g(x)dx=[G(x)]_0^1=\left[\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+x\right]_0^1=G(1)-G(0)=\frac{1}{3}-0=\frac{1}{3}$$

b) $S=\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 g(x)dx=\frac{e^3-4}{9}-\frac{1}{3}\approx 1,5$

Exercice 4 :

1. $P(X=1)=\frac{\ln 2-\ln 1}{\ln 10}=\frac{\ln 2}{\ln 10}\approx 0,3$

2.a) $\frac{11094}{36677}\approx 0,3$

Donc l'observation est compatible avec l'affirmation.

b) Très peu d'élèves parmi les candidats de cette année mesurent plus de 2 m (soit 200 cm) donc la loi de Benfort n'est pas du tout adaptée pour X.