

Exercice 1 :

1. a) $P(T_1 > 5) = P(5 < T_1 < 12) = \frac{12-5}{12-0} = \frac{7}{12} \approx 0,583$

b) le temps moyen est $\frac{0+12}{2} = 6$

2. $P(0,75 < T_2 < 6) \approx 0,745$

3. a) loi binomiale de paramètres $p = 0,1$ et $n = 10$

b) $P(X=0) \approx 0,349$

4. $n = 860$ $p = 0,9$

$n \geq 30$ $n \times p = 774 \geq 5$ $n \times (1-p) = 86 \geq 5$

Intervalle de fluctuation : $I = [0,879; 0,921]$

$f = \frac{763}{860} \approx 0,887$

$f \in I$ donc cela ne remet pas en question l'affirmation du gérant.

Exercice 2 :

Partie A :

1.

$$u_0 = 900$$

$$u_1 = 0,75 \times 900 + 12 = 687$$

$$u_2 = 0,75 \times 687 + 12 = 527,25 \approx 527$$

Une estimation du nombre d'adhérents au 1^{er} Mars 2017 est 527.

2. a)

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 48 = 0,75 \times u_n + 12 - 48 = 0,75 \times (v_n + 48) - 36 = 0,75v_n + 36 - 36 = 0,75v_n$$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.

b) $v_0 = u_0 - 48 = 900 - 48 = 852$

$$v_n = v_0 \times 0,75^n = 852 \times 0,75^n$$

c) donc $u_n = v_n + 48 = 852 \times 0,75^n + 48$

3.

$$u_n < 100$$

$$852 \times 0,75^n + 48 < 100$$

$$852 \times 0,75^n < 100 - 48$$

$$852 \times 0,75^n < 52$$

$$0,75^n < \frac{52}{852}$$

$$\ln 0,75^n < \ln \frac{52}{852}$$

$$n > \frac{\ln \frac{52}{852}}{\ln 0,75}$$

$$n > 9,72$$

Donc la présidente démissionnera au bout de 10 mois.

Partie B :

1) Affecter à S la valeur S+U

Sortie : afficher S×10

2) $u_0 + \dots + u_{11} = v_0 + 48 + \dots + v_{11} + 48 = v_0 + \dots + v_{11} + 48 \times 12 = \frac{852 \times (1 - 0,75^{12})}{(1 - 0,75)} + 576 \approx 3876$

La somme totale est donc $3876 \times 10 = 38760$

Exercice 3 :

Partie A :

1.

| | | | |
|------------|---|---------------|---|
| x | 0 | $\frac{2}{3}$ | 1 |
| $-3x+2$ | + | 0 | - |
| $\exp(3x)$ | + | : | + |
| $f'(x)$ | + | 0 | - |

| | | | |
|---------|---|---------------|---|
| x | 0 | $\frac{2}{3}$ | 1 |
| $f'(x)$ | + | 0 | - |
| $f(x)$ | 1 | 2,46 | 0 |

2.

| | | | |
|------------|---|---------------|---|
| x | 0 | $\frac{1}{3}$ | 1 |
| 3 | + | : | + |
| $\exp(3x)$ | + | : | + |
| $1-3x$ | + | 0 | - |
| $f''(x)$ | + | 0 | - |

L'abscisse du point d'inflexion est donc $\frac{1}{3}$.

Le point d'inflexion a pour coordonnées $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}e\right)$

Partie B :

1.

$$f(1) = g(1) = 0$$

$$f(0) = g(0) = 1$$

2. a)

$$e^{3x} - 1 \geq 0$$

$$e^{3x} \geq 1$$

$$\ln e^{3x} \geq \ln 1$$

$$3x \geq \ln 1$$

$$3x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

Donc pour tout x dans $[0;1]$, $e^{3x} - 1 \geq 0$.

b)

Soit $x \in [0;1]$

$$e^{3x} - 1 \geq 0$$

$$\text{donc } e^{3x} - 1 + x \geq 0 + x \geq 0$$

c)

| | | |
|--------------------|-----|-----|
| x | 0 | 1 |
| $1-x$ | | + 0 |
| $\exp(3x) - 1 + x$ | 0 + | |
| $f(x) - g(x)$ | 0 + | 0 |

3.a)

$$\int_0^1 g(x) dx = [G(x)]_0^1 = \left[\frac{x^3}{3} - 2 \frac{x^2}{2} + x \right]_0^1 = G(1) - G(0) = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$b) S = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx = \frac{e^3 - 4}{9} - \frac{1}{3} \approx 1,5$$

Exercice 4 :

$$1. P(X=1) = \frac{\ln 2 - \ln 1}{\ln 10} = \frac{\ln 2}{\ln 10} \approx 0,3$$

$$2.a) \frac{11094}{36677} \approx 0,3$$

Donc l'observation est compatible avec l'affirmation.

b) Très peu d'élèves parmi les candidats de cette année mesurent plus de 2 m (soit 200 cm) donc la loi de Benford n'est pas du tout adaptée pour X.