Bac 2019 Washington

Épreuve de mathématiques obligatoire

Série S

Exercice 1

Partie A

1) a) $P(1.35 < X < 1.65) = 0.968$ arrondi à 0.001.
b) En utilisant la loi normale Z on obtient $0.3/\sigma = 2.3263$ soit $\sigma = 0.129$.

2) a) Un intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % est [0.0026 ; 0.0373]
b) On observe une fréquence de 10/250 = 0.4 qui est en dehors de l'intervalle précèdent, donc il faut réviser la machine.

Partie B

1) $P(E) = 0.96$ puis $P_E(L) = 0.95$ et $P(\overline{E} \cap L) = 0.036$
Ce dernier nombre n'est pas dans l'arbre proposé mais permet de trouver par division une des probabilités conditionnelles manquantes.

2) $P(L) = 0.96 \times 0.95 + 0.036 = 0.948$

Exercice 2

Affirmation 1 : fausse car $Z = 1+ i$ ne vérifie pas l'équation.
Affirmation 2 : fausse car en $\pi/4$ on aurait $1 + i = 1- i$
Affirmation 3 : vraie, on remplace z par $x + iy$ (on peut aussi utiliser la médiatrice du segment [AB] avec le point A d'affixe -1 et le point B d'affixe i).
Affirmation 4 : fausse, car si z était un réel on aurait à gauche de l'égalité un complexe de partie imaginaire non nulle.

Exercice 3

Partie A

1) Comme $f'(x) = 1-1/(x+1)= x/(x+1)$ qui est positif car x l'est, f est croissante pour x positif.

2) Comme $f(0) = 0$ et f croissante pour x positif on a f(x) positif et l'inégalité.

Partie B

1) Avec la calculatrice $u_2 = 0.039$.

2) a) Récurrence (on utilise $u_n > \ln(1 + u_n)$ pour obtenir u_{n+1} positif).

b) $u_{n+1} - u_n = - \ln (1+u_n)$ qui est négatif car $1+u_n > 1$) ainsi la suite est décroissante donc majorée par $u_0 = 1$.
c) Une suite décroissante et minorée (ici par 0) converge.

3) On résout l'équation : $l = l - \ln(1+l)$ et on obtient $l = 0$.

4) a) Algorithme :
Saisir p
U←1
N←0
Tant que U > 10^{-p}
U←U –ln(1+U)
N←N+1
Fin tant que
Afficher N
En regardant la calculatrice on a $u_4 = 2{,}8\ 10^{-7}$ puis $u_5 = 4 \times 10^{-14}$ puis pour $\mathbf{u_6}$ on aura ce qu'on veut car grosso modo chaque vaut la moitié du carré du précèdent, u_6 sera de l'ordre de 10^{-28} .

Exercice 4.

1) La droite (IN) est la médiatrice des segments [LI] et [KM] (car NJ=NL= IJ = IL etc) donc (IN) est orthogonal au plan (IMK) (car orthogonale a deux vecteurs non colinéaires de ce plan) et cette droite (IN) est orthogonale à toutes les droites de ce plan donc à (LM).

2) a) On a $\overrightarrow{NC}$ (0.5 ; 0.5 ; -1) et $\overrightarrow{ML}$ (-0.5 ; 0.5 ;1).
b) Produit scalaire nul.
c) Le vecteur $\overrightarrow{ML}$ est normal au plan (car orthogonal à $\overrightarrow{IN}$ et $\overrightarrow{NC)}$ donc $\mathbf{-x + y = 0}$ est une équation du plan.

3) a) On vérifie l'équation proposée pour les coordonnées des trois points N, J et M.
b) La droite (DF) est perpendiculaire au plan (NJM) car le vecteur normal au plan est aussi vecteur directeur de la droite et les deux objets se coupent au point de coordonnées (2/3 ;1/3 ; 2/3)
c) Les vecteurs normaux des deux plans ne sont pas colinéaires donc les plans ne sont pas parallèles : ils sont sécants et passent par le point N (évident dès l'intitulé des deux plans).
On peut montrer que le vecteur de coordonnées (1, 1 ,0) est directeur et que la droite passe aussi par le point E.