

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET**MATHÉMATIQUES**
SÉRIE GÉNÉRALE**SESSION 2016**

Durée de l'épreuve : 2 h 00
Coefficient : 2

Le candidat répond sur une copie modèle Education Nationale.

Le sujet comporte 7 pages numérotées de **1 à 7**.

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet
et qu'il correspond à votre série.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.
(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)
L'utilisation du dictionnaire n'est pas autorisée.

Le sujet comporte 8 exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Le sujet n'est pas à rendre avec la copie

Exercice 1	3 points
Exercice 2	4 points
Exercice 3	6 points
Exercice 4	6 points
Exercice 5	5 points
Exercice 6	4 points
Exercice 7	3 points
Exercice 8	5 points

Maîtrise de la langue : 4 points

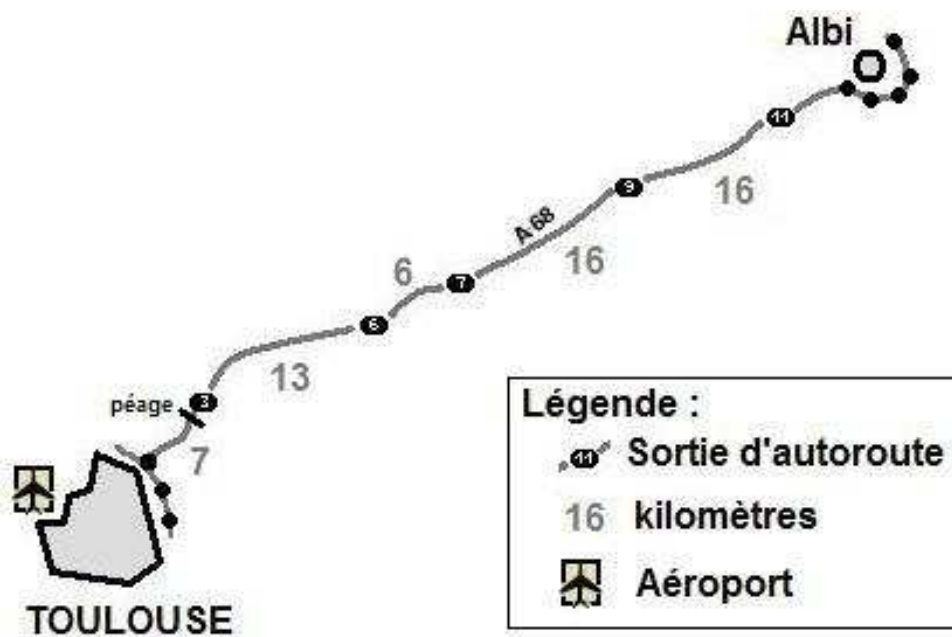
Exercice 1 (3 points)

Mélanie est une étudiante toulousaine qui vit en colocation dans un appartement. Ses parents habitent à Albi et elle retourne chez eux les week-ends.

Elle rentre à Toulouse le dimanche soir.

Sur sa route, elle passe prendre ses 2 colocataires à la sortie n°3, dernière sortie avant le péage.

Elle suit la route indiquée par l'application GPS de son téléphone portable, dont l'affichage est reproduit ci-après.



Elle est partie à 16 h 20 et entre sur l'autoroute au niveau de la sortie n°11 à 16 h 33.

Le rendez-vous est à 17 h.

Sachant qu'il lui faut 3 minutes pour aller de la sortie n°3 au lieu de rendez-vous, à quelle vitesse moyenne doit-elle rouler sur l'autoroute pour arriver à l'heure exacte ? Vous donnerez votre réponse en km/h.

Toute recherche même incomplète, sera valorisée dans la notation.

Exercice 2 (4 points)

Le tableau ci-dessous fournit le nombre d'exploitations agricoles en France, en fonction de leur surface pour les années 2000 et 2010.

B8						
	A	B	C	D	E	F
1	Surface de l'exploitation	Nombre d'exploitations agricoles (en milliers)				
2		En 2 000	En 2 010			
3	Inférieure à 20 ha	359	235			
4	Comprise entre 20 et 50 ha	138	88			
5	Comprise entre 50 et 100 ha	122	98			
6	Comprise entre 100 et 200 ha	64	73			
7	Supérieure à 200 ha	15	21			
8	Total					
9						
10						

1. Quelles sont les catégories d'exploitations qui ont vu leur nombre augmenter entre 2000 et 2010 ?
2. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B8 pour obtenir le nombre total d'exploitations agricoles en 2 000 ?
3. Si on étire cette formule, quel résultat s'affiche dans la cellule C8 ?
4. Peut-on dire qu'entre 2000 et 2010 le nombre d'exploitations de plus de 200 ha a augmenté de 40 % ? Justifier.

Exercice 3 (6 points)

Un confiseur lance la fabrication de bonbons au chocolat et de bonbons au caramel pour remplir 50 boîtes. Chaque boîte contient 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel.



1. Combien doit-il fabriquer de bonbons de chaque sorte ?
2. Jules prend au hasard un bonbon dans une boîte. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un bonbon au chocolat ?
3. Jim ouvre une autre boîte et mange un bonbon. Gourmand, il en prend sans regarder un deuxième. Est-il plus probable qu'il prenne alors un bonbon au chocolat ou un bonbon au caramel ?
4. Lors de la fabrication, certaines étapes se passent mal et, au final, le confiseur a 473 bonbons au chocolat et 387 bonbons au caramel.
 - a) Peut-il encore constituer des boîtes contenant 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel en utilisant tous les bonbons ? Justifier votre réponse.
 - b) Le confiseur décide de changer la composition de ses boîtes. Son objectif est de faire le plus de boîtes identiques possibles en utilisant tous ses bonbons. Combien peut-il faire de boîtes ? Quelle est la composition de chaque boîte ?

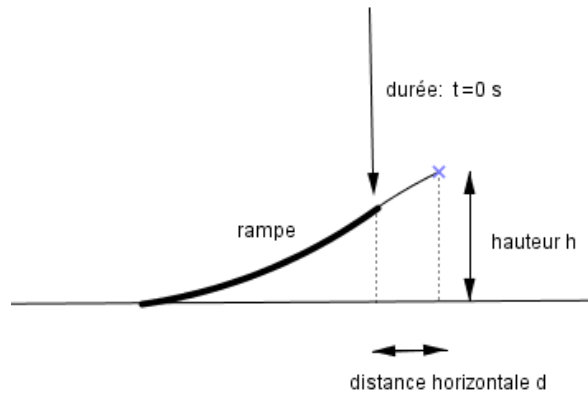
Exercice 5 (5 points)

Lors d'une course en moto-cross, après avoir franchi une rampe, Gaëtan a effectué un saut record en moto.

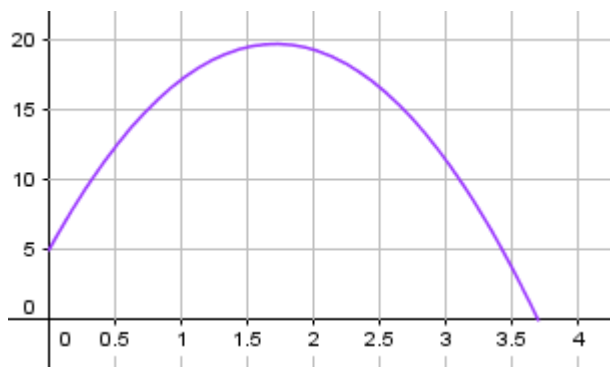
Le saut commence dès que Gaëtan quitte la rampe.

On note t la durée (en secondes) de ce saut.

La hauteur (en mètres) est déterminée en fonction de la durée t par la fonction h suivante : $h : t \rightarrow (-5t - 1,35)(t - 3,7)$



Voici la courbe représentative de cette fonction h .

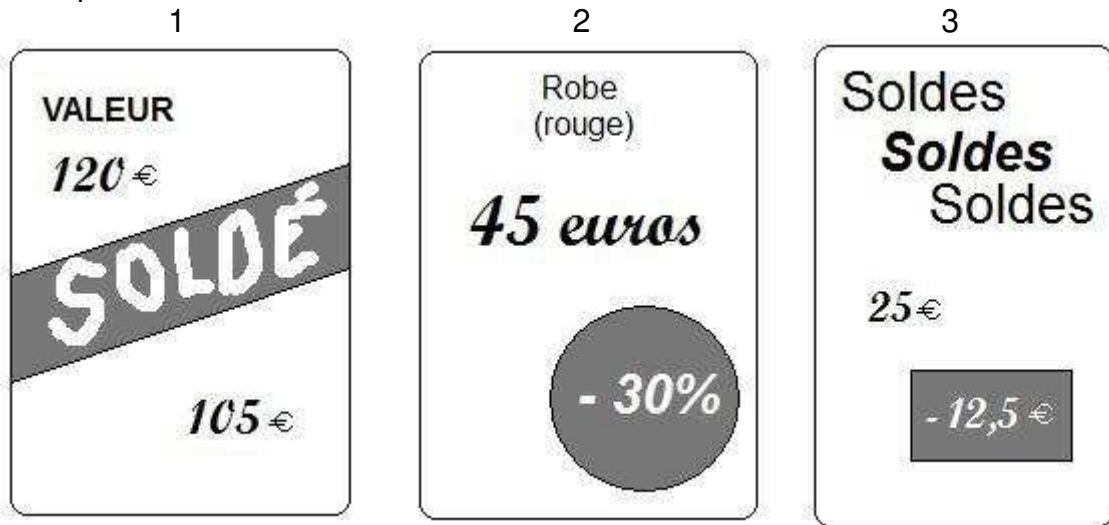


Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier en utilisant soit le graphique soit des calculs.

1. En développant et en réduisant l'expression de h on obtient $h(t) = -5t^2 - 19,85t - 4,995$
2. Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3,8 m de hauteur.
3. Le saut de Gaëtan dure moins de 4 secondes.
4. Le nombre 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction h .
5. Gaëtan a obtenu la hauteur maximale avant 1,5 seconde.

Exercice 6 (4 points)

Lors des soldes, Rami, qui accompagne sa mère et s'ennuie un peu, compare trois étiquettes pour passer le temps :



1. Quelle est le plus fort pourcentage de remise ?
2. Est-ce que la plus forte remise en euros est la plus forte en pourcentage ?

Exercice 7 (3 points)

Dans ce questionnaire à choix multiples, pour chaque question, des réponses sont proposées et une seule est exacte.

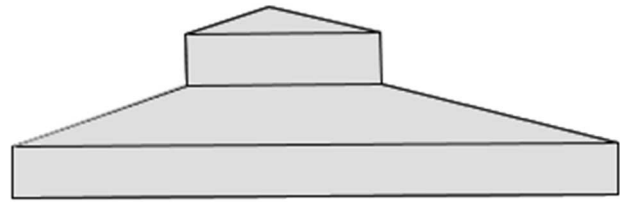
Pour chacune des questions, écrire le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse.

Aucune justification n'est attendue.

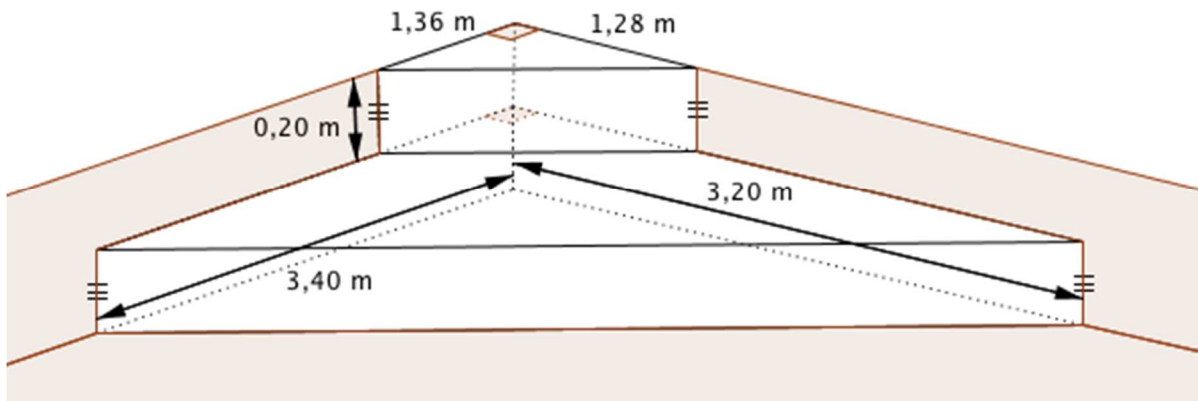
Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. $(2x-3)^2 = \dots$	$4x^2 + 12x - 9$	$4x^2 - 12x + 9$	$4x^2 - 9$
2. L'équation $(x+1)(2x-5) = 0$ a pour solutions	1 et 2,5	-1 et -2,5	-1 et 2,5
3. Si $a > 0$ alors $\sqrt{a} + \sqrt{a} = \dots$	a	$2\sqrt{a}$	$\sqrt{2a}$

Exercice 8 (5 points)

Afin de faciliter l'accès à sa piscine, Monsieur Joseph décide de construire un escalier constitué de deux prismes superposés dont les bases sont des triangles rectangles.











Voici ses plans :



Information 1 : Volume du prisme = aire de la base x hauteur

$$1L = 1dm^3$$

Information 2 : Voici la reproduction d'une étiquette figurant au dos d'un sac de ciment de 35 kg.

Dosage pour 1 sac de 	Volume de béton obtenu	Sable	Gravillons	Eau
Mortier courant	105 L	 x10		 16 L
Ouvrages en béton courant	100 L	 x5	 x8	 17 L
Montage de murs	120 L	 x12		 18 L

Dosages donnés à titre indicatif et pouvant varier suivant les matériaux régionaux et le taux d'hygrométrie des granulats

- 1) Démontrer que le volume de l'escalier est égal à $1,26208 m^3$.
- 2) Sachant que l'escalier est un ouvrage en béton courant, déterminer le nombre de sacs de ciment de 35 kg nécessaires à la réalisation de l'escalier.
- 3) Déterminer la quantité d'eau nécessaire à cet ouvrage.

Correction

PONDICHÉRY - Avril 2016

Exercice 1

Calculons la distance entre la sortie 11 et la sortie 3

$$16 \text{ km} + 16 \text{ km} + 6 \text{ km} + 13 \text{ km} = 51 \text{ km}$$

Comme elle rentre sortie 11 à 16h33 et qu'elle à rendez-vous à 17h, il lui reste 27 min de trajet. Il faut 3 min pour aller de la sortie 3 au point de rendez-vous.

Donc Mélanie a 24 min pour parcourir 51 km.

On peut obtenir la vitesse en km/h par un produit en croix : $\frac{51 \text{ km}}{24 \text{ min}} \times 60 \text{ min} = 127,5 \text{ km}$

Mélanie devra rouler à 127,5 km/h

Exercice 2

1. Ce sont les exploitations de plus de 100 ha

2. Il faut écrire =SOMME(B3 :B7) ou =B3+B4+B5+B6+B7

3. Dans C8 on voit =SOMME(C3 :C7) ou =C3+C4+C5+C6+C7 c'est à dire 515

4. Il y avait 15 exploitations de plus de 200 ha en 2000 et 21 en 2010, soit 6 de plus.

Cherchons le nombre x tel que $15x = 21$ soit $x = \frac{21}{15} = 1,4$

Comme $x = 1 + \frac{40}{100}$

On peut dire que ce nombre d'exploitations augmente de 40%

Exercice 3

1. $10 \times 50 = 500$ et $8 \times 50 = 400$

Il faut fabriquer 500 bonbons au chocolat et 400 au caramel.

2. Il y a 18 bonbons dans une boîte, 10 au chocolat et 8 au caramel.

Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

La probabilité d'obtenir un bonbon au chocolat est $\frac{10}{18} = \frac{5}{9} \approx 0,56$

3. Si le premier bonbon est au chocolat alors il reste 9 au chocolat et 8 au caramel.

Si le premier est au caramel il reste 10 au chocolat et 7 au caramel.

Dans tous les cas il reste davantage de bonbons au chocolat.

4.a $473 = 47 \times 10 + 3$ et $387 = 48 \times 8 + 3$

Il peut constituer 47 boîtes complètes mais il en reste !

Donc on ne peut pas utiliser tous les bonbons !

4.b Calculons le $PGCD(473;387)$ par l'algorithme d'Euclide

$$473 = 387 \times 1 + 86$$

$$387 = 86 \times 4 + 43$$

$$86 = 43 \times 2 + 0$$

Donc $PGCD(473;387) = 43$

$$473 = 43 \times 11 \text{ et } 387 = 43 \times 9$$

Il pourra faire 43 boîtes de 11 bonbons au chocolat et 9 au caramel.

Pour finir, remarquons que cette réponse implique des boîtes de 20 bonbons alors que les boîtes de départ en contenaient 18. Je ne vois pas comment on va pouvoir positionner ces deux bonbons en plus, surtout si ce sont des boîtes avec des petites alvéoles... Une erreur de sujet, peut-être !!!

Exercice 4

1. Calculons BC

Dans le triangle ABC rectangle en B

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$6^2 + BC^2 = 7,5^2$$

$$36 + BC^2 = 56,25$$

$$BC^2 = 56,25 - 36$$

$$BC^2 = 20,25$$

$$BC = \sqrt{20,25}$$

$$BC = 4,5$$

On peut aussi se passer du calcul de BC en obtenant directement $BD = BG - BD = 12,5 \text{ km} - 7 \text{ km} = 5,5 \text{ km}$

Dans le triangle CFG , les droites (DE) et (CF) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{GD}{GC} = \frac{GE}{GF} = \frac{DE}{CF}$$

Comme $AF = 12,5 \text{ km}$ et que $BC = 4,5 \text{ km}$ on en déduit que $HF = CG = 8 \text{ km}$ puisque nous avons des rectangles.

Ainsi

$$\frac{7}{8} = \frac{GE}{6} = \frac{DE}{10}$$

On arrive ainsi à $DE = \frac{10 \times 7}{8} = 8,75$

Et $GE = \frac{6 \times 7}{8} = 5,25$

$CD = 8 - 7 = 1$ et $EF = 6 - 5,25$

Enfin $6 \text{ km} + 4,5 \text{ km} + 1 \text{ km} + 8,75 \text{ km} + 0,75 \text{ km} = 21 \text{ km}$

Le trajet fait bien 21 km

2. Comme $1,1 \times 21 = 23,1$

Il faut 23,1 L de carburant, il ne faut pas écouter l'inspecteur G.

Exercice 5

1. $h(t) = (-5t - 1,35)(t - 3,7) = -5t^2 + 18,5t - 1,35t + 4,995$

Donc $h(t) = -5t^2 + 17,15t + 4,995$

Affirmation 1 est fausse.

2. Il faut calculer $h(0)$

$$h(0) = 4,995$$

L'affirmation 2 est fausse.

3. D'après le graphique le saut dure moins de 4 s

Il suffit de regarder l'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses ;

4. Calculons $h(3,5) = (-5 \times 3,5 - 1,35)(3,5 - 3,7) = -18,85 * (-0.2) = 3,77$

3,5 est un antécédent de 3,77 par la fonction h

5. D'après le graphique le maximum de hauteur est obtenu après 1,5 s

Exercice 6

1. $\frac{105}{120} = 0,875 = 1 - 0,125$

Donc la première promotion correspond à 12,5% de réduction

12,5 est la moitié de 25

La dernière promotion correspond à 50% de réduction.

C'est la troisième promotion la plus intéressante !

2. Non car la plus forte en euros est la première 15 euros alors qu'elle ne correspond qu'à 12,5%

Non

Exercice 7

1. $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Réponse B

2. $(x + 1)(2x - 5) = 0$

On sait qu'un **produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = 2,5$$

Réponse C

3. $\sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a}$

Réponse B

Exercice 8

1. Le grand prisme à une base en forme de triangle rectangle de 3,20 m par 3,40 m

L'aire de sa base est $\frac{3,20 \text{ m} \times 3,40 \text{ m}}{2} = 5,44 \text{ m}^2$

Son volume est donc $5,44 \text{ m}^2 \times 0,2 \text{ m} = 1,088 \text{ m}^3$

Le petit prisme à une base en forme de triangle rectangle de 1,36 m par 1,28 m

L'aire de sa base est $\frac{1,36 \text{ m} \times 1,28 \text{ m}}{2} = 0,8704 \text{ m}^2$

Son volume est donc $0,8704 m^2 \times 0,2 m = 0,17408 m^3$

Enfinement le volume total est $1,088 m^3 + 0,17408 m^3 = 1,26208 m^3$

2. On sait que $1 dm^3 = 1 L$ donc $1 m^3 = 1000 L$

Il faut donc $1,26208 \times 1000 = 1262,08 L$ de béton pour faire cet escalier.

En béton courant un sac de $35 kg$ permet de faire $100 L$ de béton.

$$1262,08 \div 100 = 12,6208$$

Il faut donc 13 sacs de béton.

3. Il faut $17 L$ pour $100 L$ de béton.

On fait l'hypothèse qu'il va utiliser l'intégralité de ses 13 sacs de bétons.

$$13 \times 17 L = 221 L$$

Il faudra $221 L$ d'eau pour construire cet ouvrage !

Ou on prend la valeur exacte en béton soit $12,6208 sac$

$$12,6208 \times 17 L = 214,5536 L$$

Il faudra $214,55 L$ d'eau exactement...

PS : qui a déjà fait un peu de béton sait que cette valeur exacte n'est pas très réaliste... Il faut un peu d'eau pour nettoyer les outils !!!

Correction

PONDICHÉRY - Avril 2016

Exercice 1

Calculons la distance entre la sortie 11 et la sortie 3

$$16 \text{ km} + 16 \text{ km} + 6 \text{ km} + 13 \text{ km} = 51 \text{ km}$$

Comme elle rentre sortie 11 à 16h33 et qu'elle à rendez-vous à 17h, il lui reste 27 min de trajet. Il faut 3 min pour aller de la sortie 3 au point de rendez-vous.

Donc Mélanie a 24 min pour parcourir 51 km.

On peut obtenir la vitesse en km/h par un produit en croix : $\frac{51 \text{ km}}{24 \text{ min}} \times 60 \text{ min} = 127,5 \text{ km}$

Mélanie devra rouler à 127,5 km/h

Exercice 2

1. Ce sont les exploitations de plus de 100 ha

2. Il faut écrire =SOMME(B3 :B7) ou =B3+B4+B5+B6+B7

3. Dans C8 on voit =SOMME(C3 :C7) ou =C3+C4+C5+C6+C7 c'est à dire 515

4. Il y avait 15 exploitations de plus de 200 ha en 2000 et 21 en 2010, soit 6 de plus.

Cherchons le nombre x tel que $15x = 21$ soit $x = \frac{21}{15} = 1,4$

Comme $x = 1 + \frac{40}{100}$

On peut dire que ce nombre d'exploitations augmente de 40%

Exercice 3

1. $10 \times 50 = 500$ et $8 \times 50 = 400$

Il faut fabriquer 500 bonbons au chocolat et 400 au caramel.

2. Il y a 18 bonbons dans une boîte, 10 au chocolat et 8 au caramel.

Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

La probabilité d'obtenir un bonbon au chocolat est $\frac{10}{18} = \frac{5}{9} \approx 0,56$

3. Si le premier bonbon est au chocolat alors il reste 9 au chocolat et 8 au caramel.

Si le premier est au caramel il reste 10 au chocolat et 7 au caramel.

Dans tous les cas il reste davantage de bonbons au chocolat.

4.a $473 = 47 \times 10 + 3$ et $387 = 48 \times 8 + 3$

Il peut constituer 47 boîtes complètes mais il en reste !

Donc on ne peut pas utiliser tous les bonbons !

4.b Calculons le $PGCD(473;387)$ par l'algorithme d'Euclide

$$473 = 387 \times 1 + 86$$

$$387 = 86 \times 4 + 43$$

$$86 = 43 \times 2 + 0$$

Donc $PGCD(473;387) = 43$

$$473 = 43 \times 11 \text{ et } 387 = 43 \times 9$$

Il pourra faire 43 boîtes de 11 bonbons au chocolat et 9 au caramel.

Pour finir, remarquons que cette réponse implique des boîtes de 20 bonbons alors que les boîtes de départ en contenaient 18. Je ne vois pas comment on va pouvoir positionner ces deux bonbons en plus, surtout si ce sont des boîtes avec des petites alvéoles... Une erreur de sujet, peut-être !!!

Exercice 4

1. Calculons BC

Dans le triangle ABC rectangle en B

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$6^2 + BC^2 = 7,5^2$$

$$36 + BC^2 = 56,25$$

$$BC^2 = 56,25 - 36$$

$$BC^2 = 20,25$$

$$BC = \sqrt{20,25}$$

$$BC = 4,5$$

On peut aussi se passer du calcul de BC en obtenant directement $BD = BG - BD = 12,5 \text{ km} - 7 \text{ km} = 5,5 \text{ km}$

Dans le triangle CFG , les droites (DE) et (CF) sont parallèles

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{GD}{GC} = \frac{GE}{GF} = \frac{DE}{CF}$$

Comme $AF = 12,5 \text{ km}$ et que $BC = 4,5 \text{ km}$ on en déduit que $HF = CG = 8 \text{ km}$ puisque nous avons des rectangles. Ainsi

$$\frac{7}{8} = \frac{GE}{6} = \frac{DE}{10}$$

On arrive ainsi à $DE = \frac{10 \times 7}{8} = 8,75$

Et $GE = \frac{6 \times 7}{8} = 5,25$

$CD = 8 - 7 = 1$ et $EF = 6 - 5,25$

Enfin $6 \text{ km} + 4,5 \text{ km} + 1 \text{ km} + 8,75 \text{ km} + 0,75 \text{ km} = 21 \text{ km}$

Le trajet fait bien 21 km

2. Comme $1,1 \times 21 = 23,1$

Il faut 23,1 L de carburant, il ne faut pas écouter l'inspecteur G.

Exercice 5

1. $h(t) = (-5t - 1,35)(t - 3,7) = -5t^2 + 18,5t - 1,35t + 4,995$

Donc $h(t) = -5t^2 + 17,15t + 4,995$

Affirmation 1 est fausse.

2. Il faut calculer $h(0)$

$$h(0) = 4,995$$

L'affirmation 2 est fausse.

3. D'après le graphique le saut dure moins de 4 s

Il suffit de regarder l'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses ;

$$4. \text{ Calculons } h(3,5) = (-5 \times 3,5 - 1,35)(3,5 - 3,7) = -18,85 * (-0,2) = 3,77$$

3,5 est un antécédent de 3,77 par la fonction h

5. D'après le graphique le maximum de hauteur est obtenu après 1,5 s

Exercice 6

$$1. \frac{105}{120} = 0,875 = 1 - 0,125$$

Donc la première promotion correspond à 12,5% de réduction

12,5 est la moitié de 25

La dernière promotion correspond à 50% de réduction.

C'est la troisième promotion la plus intéressante !

2. Non car la plus forte en euros est la première 15 euros alors qu'elle ne correspond qu'à 12,5%

Non

Exercice 7

$$1. (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

Réponse B

$$2. (x + 1)(2x - 5) = 0$$

On sait qu'un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = 2,5$$

Réponse C

$$3. \sqrt{a} + \sqrt{a} = 2\sqrt{a}$$

Réponse B

Exercice 8

1. Le grand prisme à une base en forme de triangle rectangle de 3,20 m par 3,40 m

$$\text{L'aire de sa base est } \frac{3,20 \text{ m} \times 3,40 \text{ m}}{2} = 5,44 \text{ m}^2$$

$$\text{Son volume est donc } 5,44 \text{ m}^2 \times 0,2 \text{ m} = 1,088 \text{ m}^3$$

Le petit prisme à une base en forme de triangle rectangle de 1,36 m par 1,28 m

$$\text{L'aire de sa base est } \frac{1,36 \text{ m} \times 1,28 \text{ m}}{2} = 0,8704 \text{ m}^2$$

Son volume est donc $0,8704 \text{ m}^2 \times 0,2 \text{ m} = 0,17408 \text{ m}^3$

$$\text{Finalement le volume total est } 1,088 \text{ m}^3 + 0,17408 \text{ m}^3 = 1,26208 \text{ m}^3$$

2. On sait que $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$ donc $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$

Il faut donc $1,26208 \times 1000 = 1262,08 \text{ L}$ de béton pour faire cet escalier.

En béton courant un sac de 35 kg permet de faire 100 L de béton.

$$1262,08 \div 100 = 12,6208$$

Il faut donc 13 sacs de béton.

3. Il faut 17 L pour 100 L de béton.

On fait l'hypothèse qu'il va utiliser l'intégralité de ses 13 sacs de bétons.

$$13 \times 17 \text{ L} = 221 \text{ L}$$

Il faudra 221 L d'eau pour construire cet ouvrage !

Ou on prend la valeur exacte en béton soit 12,6208 sac

$$12,6208 \times 17 \text{ L} = 214,5536 \text{ L}$$

Il faudra 214,55 L d'eau exactement...

PS : qui a déjà fait un peu de béton sait que cette valeur exacte n'est pas très réaliste... Il faut un peu d'eau pour nettoyer les outils !!!