DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

SESSION 2016

Durée de l'épreuve : 2 h 00
Coefficient : 2

Le candidat répondra sur une copie modèle Éducation Nationale.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet et qu'il correspond à votre série.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée

(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Barème :

Exercice 1 :	**6 points**
Exercice 2 :	**4 points**
Exercice 3 :	**5 points**
Exercice 4 :	**4 points**
Exercice 5 :	**5 points**
Exercice 6 :	**7 points**
Exercice 7 :	**5 points**

Maîtrise de la langue : 4 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet :

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser les traces de la recherche ; elles seront prises en compte pour la notation.

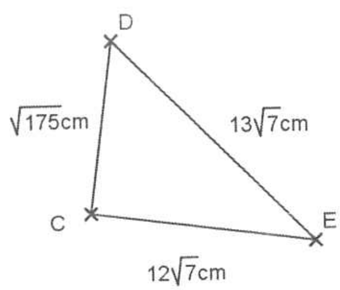
Exercice 1 (6 points)

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier vos réponses.

Affirmation 1 : La solution de l'équation $5x+4=2x+17$ est un nombre entier.

Affirmation 2 :

Le triangle CDE est rectangle en C.



Lunettes	Montre
~~45 €~~	~~56 €~~
31,50 €	42 €

Affirmation 3 : Manu affirme que, sur ces étiquettes, le pourcentage de réduction sur la montre est supérieur à celui pratiqué sur la paire de lunettes.

Exercice 2 (4 points)

1) Guilhem, en week-end dans une station de ski, se trouve tout en haut de la station. Il a en face de lui, deux pistes noires, deux pistes rouges et une piste bleue qui arrivent toutes à un restaurant d'altitude. Bon skieur, il emprunte une piste au hasard.
   a) Quelle est la probabilité que la piste empruntée soit une piste rouge ?
   b) **A partir du restaurant**, sept autres pistes mènent au bas de la station : trois pistes noires, une piste rouge, une piste bleue et deux pistes vertes.
   Quelle est la probabilité qu'il emprunte alors une piste bleue ?
2) Guilhem effectue une nouvelle descente **depuis le haut de la station** jusqu'en bas dans les mêmes conditions que précédemment.
   Quelle est la probabilité qu'il enchaîne cette fois-ci deux pistes noires ?

Exercice 3 : (5 points)

Une station de ski a relevé le nombre de forfaits « journée » vendus lors de la saison écoulée (de décembre à avril).

Les résultats sont donnés ci-dessous dans la feuille de calcul d'un tableur.

G2

	A	B	C	D	E	F	G
1	mois	décembre	janvier	février	mars	avril	total
2	nombre de forfaits journées vendus	60 457	60 457	148 901	100 058	10 035	
3							

1)
   a) Quel est le mois durant lequel la station a vendu le plus de forfaits « journée » ?
   b) Ninon dit que la station vend plus du tiers des forfaits durant le mois de février.
   A-t-elle raison ? Justifier.

2) Quelle formule doit-on saisir dans la cellule G2 pour obtenir le total des forfaits « journée » vendus durant la saison considérée ?

3) Calculer le nombre moyen de forfaits « journée » vendus par la station en un mois. On arrondira le résultat à l'unité.

Exercice 4 **(4 points)**

Sur un télésiège de la station de ski, on peut lire les informations suivantes :

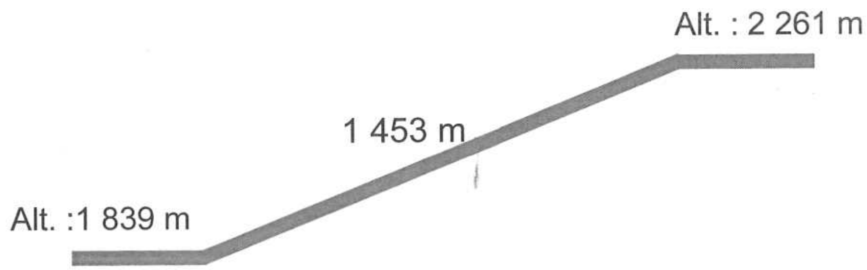
Télésiège 6 places

Vitesse : 5,5 $m.s^{-1}$ Puissance : 690 KW

Débit maxi : 3 000 skieurs par heure

Altitude du départ : 1 839 m Altitude de l'arrivée : 2 261 m

Distance parcourue entre le départ et l'arrivée : : 1 453 m



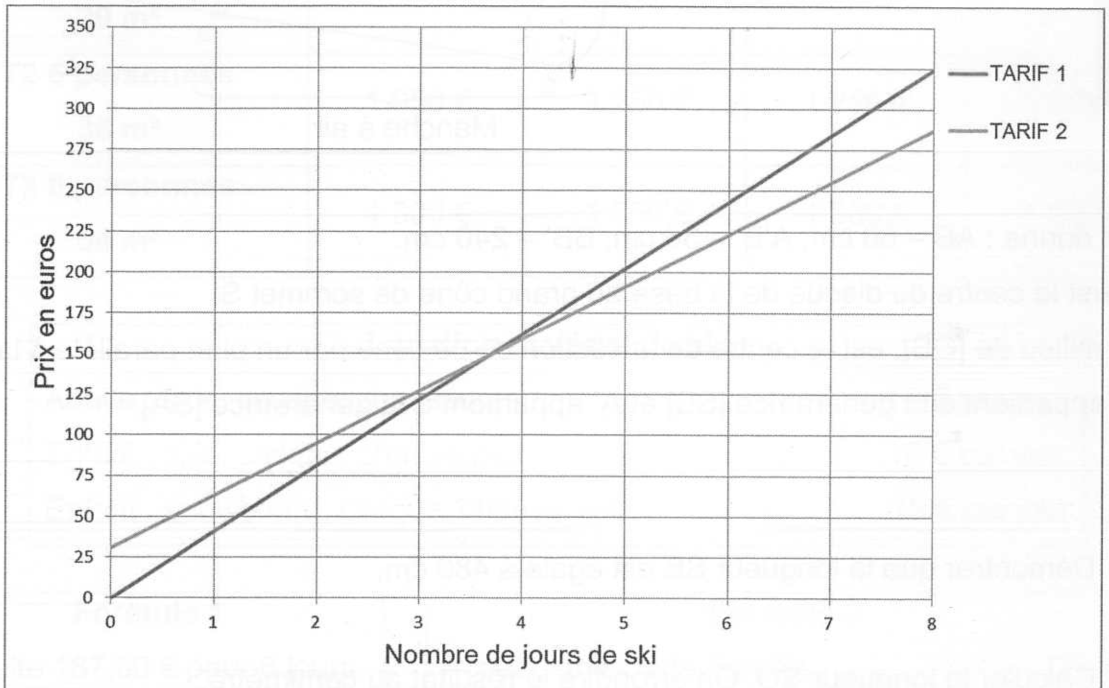
Ouverture du télésiège : 9h - Fermeture : 16h

1) Une journée de vacances d'hiver, ce télésiège fonctionne avec son débit maximum pendant toute sa durée d'ouverture.
   Combien de skieurs peuvent prendre ce télésiège ?
2) Calculer la durée du trajet d'un skieur qui prend ce télésiège.
   On arrondira le résultat à la seconde, puis on l'exprimera en minutes et secondes.
3) Calculer l'angle formé avec l'horizontale par le câble du télésiège. On arrondira le résultat au degré.

<u>Exercice 5</u> (5 points)
Une station de ski propose deux tarifs de forfaits :

- Tarif 1 : le forfait « journée » à 40,50 €.
- Tarif 2 : Achat d'une carte club SKI sur Internet pour 31 € et donnant droit au forfait « journée » à 32 €.

1) Déterminer par le calcul :
   a) Le tarif le plus intéressant pour Elliot qui compte skier deux journées.
   b) Le nombre de journée de ski à partir duquel le tarif 2 est plus intéressant.
2) Utiliser le graphique ci-dessous qui donne les prix en euros des forfaits en fonction du nombre de jours skiés pour les deux tarifs.



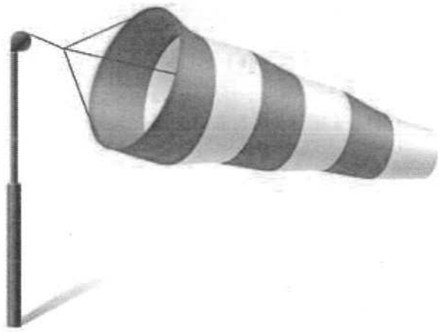
Déterminer par lecture graphique :

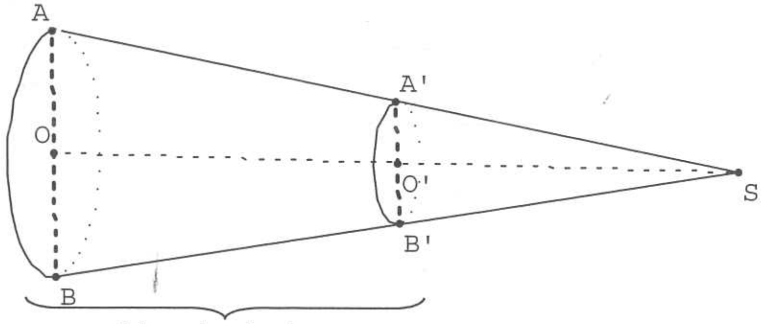
a) Le tarif pour lequel le prix payé est proportionnel au nombre de jours skiés. On justifiera la réponse.
b) Une estimation de la différence de prix entre les deux tarifs pour 6 jours de ski.
c) Le nombre maximum de jours de ski que peut faire Elliot avec un budget de 275 €.

Exercice 6 : (7 points)

Sur l'altiport (aérodrome d'altitude) de la station de ski se trouve une manche à air qui permet de vérifier la direction et la puissance du vent.

Cette manche à air a la forme d'un tronc de cône de révolution obtenu à partir d'un cône auquel on enlève la partie supérieure après section par un plan parallèle à la base.





On donne : AB = 60 cm, A'B' = 30 cm, BB' = 240 cm.

O est le centre du disque de la base du grand cône de sommet S.

O' milieu de [OS], est le centre de la section de ce cône par un plan parallèle à la base.

B' appartient à la génératrice [SB] et A' appartient à la génératrice [SA].

1) Démontrer que la longueur SB est égale à 480 cm.

2) Calculer la longueur SO. On arrondira le résultat au centimètre.

3) Calculer le volume d'air qui se trouve dans la manche à air.
   On arrondira au centimètre cube.

On rappelle les formules du volume d'un cône et l'aire d'un disque de rayon R :

$V_{cône} = \frac{1}{3} \times$ *aire de la base x hauteur* *et* $A_{disque} = \pi \times R^2$

Exercice 7 : (5 points)

Un couple et leurs deux enfants Thomas et Anaïs préparent leur séjour au ski du 20 au 27 février.

Ils réservent un studio pour 4 personnes pour la semaine.

Pendant 6 jours, Anaïs et ses parents font du ski et Thomas du snowboard. Ils doivent tous louer leur matériel.

Ils prévoient **une dépense de 500 €** pour la nourriture et les sorties de la semaine.

	06/02 - 13/02	13/02 - 20/02	20/02 - 27/02	27/02 - 05/03
Studio 4 personnes 29 m²	870 €	1 020 €	1 020 €	1 020 €
T2 6 personnes 36 m²	1 050 €	1 250 €	1 250 €	1 250 €
T3 8 personnes 58 m²	1 300 €	1 550 €	1 550 €	1 550 €

Location matériel de ski :	
Adulte : skis, casque, chaussures :	17 € par jour
Enfant : skis, casque, chaussures :	10 € par jour
Enfant : snowboard, casque, chaussures :	19 € par jour

Formule 1
1 adulte 187,50 € pour 6 jours
1 enfant 162,50 € pour 6 jours

Formule 2	
Achat d'une Carte Famille	120 €
Puis :	
1 forfait adulte	25 € par jour
1 forfait enfant	20 € par jour

1) Déterminer pour cette famille, la formule la plus intéressante pour l'achat des forfaits pour six jours.
2) Déterminer alors le budget total à prévoir pour leur séjour au ski.

Correction

Amérique du Nord - Juin 2016

Exercice 1

Affirmation 1

$$5x+4=2x+17$$
$$5x-2x=17-4$$
$$3x=13$$
$$x=\frac{13}{3}$$

$\boxed{\frac{13}{3}\text{ n'est pas un nombre entier, l'affirmation 1 est fausse.}}$

Affirmation 2
$13*\sqrt{7}\ cm \approx 34,4\ cm$, $\sqrt{175}\ cm \approx 13,2\ cm$ et $12\sqrt{7}\ cm \approx 31,7\ cm$
Donc $[DE]$ est le plus grand côté du triangle.

Comparons CD^2+CE^2 et DE^2
$CD^2+CE^2=\left(\sqrt{175}\right)^2+\left(12\sqrt{7}\right)^2$
$CD^2+CE^2=175+12^2\times 7=175+144\times 7=175+1\ 008=1\ 183$
$DE^2=\left(13\sqrt{7}\right)^2=169\times 7=1\ 183$
Ainsi $CD^2+CE^2=DE^2$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle CDE est rectangle en C

$\boxed{\text{L'affirmation 2 est vraie.}}$

Affirmation 3
On cherche les coefficients multiplicateurs.
$45\times k=31,50$ donc $k=\frac{31,50}{45}=0,7$
$56\times k'=42$ donc $k'=\frac{42}{56}=0,75$
On interpréte les coefficients en terme de diminution en pourcentage.

$0,7=0,70=1-0,30=1-\frac{30}{100}$: c'est une diminution de 30%
$0,75=1-0,25=1-\frac{25}{100}$: c'est une diminution de 25%

$\boxed{\text{L'affirmation 3 est fausse.}}$

Exercice 2

1.a Nous sommes bien dans une situation d'équiprobabilité, c'est une expérience aléatoire à une épreuve.
Il y a 5 pistes dont 2 rouges.

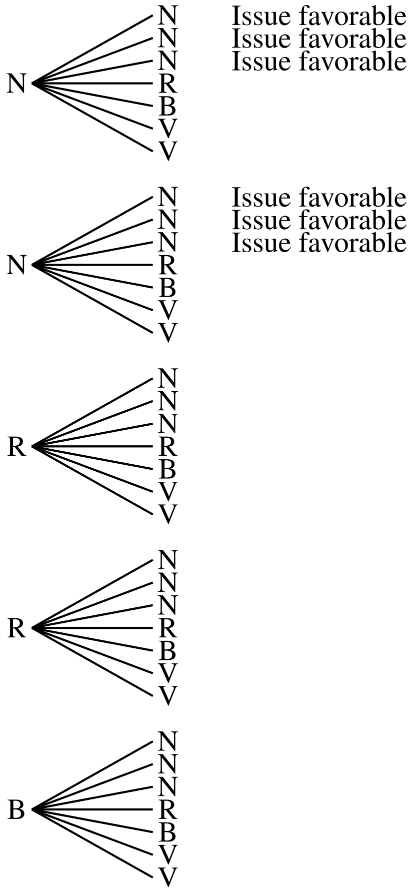
$\boxed{\text{La probabilité que la piste soit rouge est }\frac{2}{5}=0,4\text{ soit }40\%}$

1.b Nous sommes à nouveau dans une situation d'équiprobabilité.

Il y a 7 pistes dont 1 bleue.

La probabilité que la piste soit bleue est $\frac{1}{7} \approx 0,14$ soit 14%

2. Cette fois-ci nous sommes dans expérience aléatoire à deux épreuves où chaque issue est équiprobable.
On peut représenter cette situation sous la forme d'un arbre de probabilité.



On constate qu'il y a 35 issues possibles équiprobables. Il y a en effet 5 pistes entre le haut de la station et le restaurant puis 7 entre le restaurant et le bas des pistes.
Parmi ces 35 possibilités, 6 réalise l'événement étudié.

La probabilité de passer par 2 pistes noires est $\frac{6}{35} \approx 0,17$ soit 17%

Exercice 3

1.a C'est au mois de février !

1.b Il faut faire la somme de toutes les ventes de forfaits.
$60\ 457 + 60\ 457 + 148\ 901 + 100\ 058 + 10\ 035 = 379\ 908$
Calculons le tiers de cette somme :
$379\ 908 \div 3 = 126\ 636$
En février, 148 901 forfaits ont été vendus.

Ninon a raison !

2. =B2+C2+D2+E2+F2 ou =SOMME(B2 :F2)

3. Nous allons diviser la somme obtenue par 5 mois.
$379\ 908 \div 5 = 75\ 981,6$

$\boxed{\text{75 982 forfaits en moyenne ont été vendus chaque mois !}}$

Exercice 4

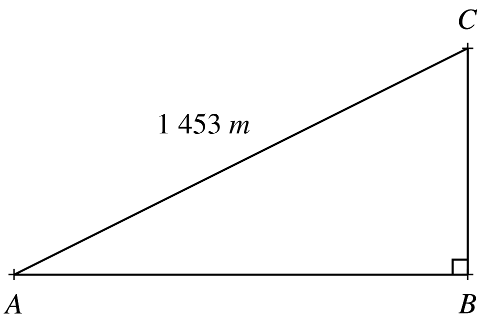
1. Le télésiège est ouvert de 9h à 16h soit 7h.
Il y a 3 000 skieurs à l'heure. $3\ 000 \times 7 = 21\ 000$

21 000 **skieurs peuvent prendre le télésiège chaque jour.**

2. Le télésiège parcoure 1 453 m à la vitesse de $5,5\ ms^{-1}$
Comme $1\ 453\ m \div 5,5\ ms^{-1} \approx 264\ s$
$264\ s = 4 \times 60\ s + 24$

$\boxed{\text{Le télésiège met 4 } min \text{ 24 } s \text{ pour atteindre le sommet.}}$

3. On peut modéliser la situation ainsi :



La longueur $BC = 2\ 261\ m - 1\ 839\ m = 422\ m$
On cherche la mesure de l'angle $\widehat{A}$
Dans le triangle ABC, rectangle en B

$$sin(\widehat{A}) = \frac{422}{1\ 453}$$

À la calculatrice on trouve $\widehat{A} \approx 17^o$

$\boxed{\text{L'angle du télésiège avec l'horizontale est } 17^o}$

Exercice 5

1.a Avec le Tarif 1 on paye $40,50€ \times 2 = 81€$
Avec le Tarif 2 on paye $31€ + 32€ \times 2 = 31€ + 64€ = 95€$

$\boxed{\text{Le Tarif 1 est le plus intéressant pour 2 jours}}$

1.b Notons x le nombre de jours que nous cherchons.
Trouver quand le Tarif 2 est plus intéressant que le Tarif 1 revient à résoudre l'inéquation suivante :

$$40,50x > 32x + 31$$

$$40,50x - 32x > 31$$

$$8,50x > 31$$

$$x > \frac{31}{8,50}$$

Or $\frac{31}{8,50} \approx 3,65$

$\boxed{\text{À partir de 4 journées le Tarif 2 est le plus interessant !}}$

On pouvait aussi faire plusieurs tests.
Pour 2 jours, voir la question 1.a
Pour 3 jours on obtient 121,50€ pour le Tarif 1 et 127€ pour le Tarif 2
Pour 4 jours on obtient 162€ pour Tarif 1 et 159€ pour le Tarif 2.
Cela confirme le résultat de notre inéquation.

2.a Le graphique correspondant au Tarif 1 est une droite passant par l'origine du repère. Cela caractérise un situation de proportionnalité.

$\boxed{\text{Le Tarif 1 correspond à une situation de proportionnalité.}}$

2.b $\boxed{\text{Il y a moins de 25€ de différence entre le Tarif 1 et le Tarif 2 pour six jours.}}$

Plus exactement, on obtient 243€ pour le Tarif 1 et 223€ pour le Tarif 2 soit 20€ d'écart !

2.c $\boxed{\text{Avec 275€ on peut faire 7 jours de ski au maximum avec le Tarif 2.}}$

Exercice 6

1. Comme la section du cône se fait suivant un plan parallèle à la base, les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles dans le plan contenant les points A, B et S.
Dans le triangle SAB, les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles.
Comme O' est le milieu de $[SO]$, dans le triangle SOA on peut utiliser **le théorème de la droite des milieux** pour démontrer que le point A' est le milieu de $[SA]$
De même on démontre dans le triangle SOB que le point B' est le milieu de $[SB]$
Ainsi $BB' = 2 \times 240\ cm = 480\ cm$

$\boxed{BB' = 480\ cm}$

Une alternative, le théorème de Thalès dans le triangle SAB

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB}$$
$$\frac{SB'}{240 + SB'} = \frac{30}{60}$$

À ce stade le plus simple est de remarquer que 60 est le double de 30.
Ainsi SB' doit être le double de $240 + SB'$, ce qui suppose que $SB' = 240$
D'où $SB = 480$
Sinon on peut passer par un produit en croix :

$$30(240 + SB') = 60SB$$
$$7\ 200 + 30SB' = 60SB'$$
$$7\ 200 = 60SB' - 30SB'$$
$$30SB' = 7\ 200$$
$$SB' = \frac{7\ 200}{30}$$
$$SB' = 240$$

2. Le triangle SOA est rectangle en O. SO est en effet la hauteur du cône.
$OA = 60\ cm \div 2 = 30\ cm$
D'après **le théorème de Pythagore** dans SOA on a :

$$OS^2 + OA^2 = SO^2$$
$$OS^2 + 30^2 = 480^2$$
$$OS^2 + 900 = 230\ 400$$
$$OS^2 = 230\ 400 - 900$$
$$OS^2 = 229\ 500$$
$$OS = \sqrt{229\ 500}$$
$$0S \approx 479$$

$\boxed{\text{La hauteur du cône est de 479 } cm}$

3. Il faut calculer le volume du tronc de cône, nous allons l'obtenir par soustraction de deux volumes.

Calcul du volume du grand cône :
$V_g = \dfrac{aire\ de\ la\ base\ \times\ hauteur}{3} = \dfrac{\pi \times 30^2 \times 479}{3}\ cm^3$
$V_g = 143\ 700\pi\ cm^3$

Calcul du volume du petit cône :
Ses mesures sont deux fois plus petites.
$V_p = \dfrac{aire\ de\ la\ base\ \times\ hauteur}{3} = \dfrac{\pi \times 15^2 \times 239,5}{3}\ cm^3$
$V_p = 17\ 965,5\pi\ cm^3$

On peut aussi utiliser le coefficient d'augmentation/réduction. Il est de $\dfrac{1}{2}$ entre le grand cône et le petit cône.
Le volume du petit cône est donc multiplié par $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$
Dit plus simplement, le petit cône a des mesures 2 fois plus petites et donc un volume 8 fois plus petit.
$V_p = V_g \div 8$

Reste à soustraire les deux volumes :
$V = V_g - V_p = 143\ 700\pi - 17\ 965,5\pi = 125\ 735,5\pi\ cm^3 \approx 395\ 016\ cm^3$

$\boxed{\text{Le volume de la manche à air est 395 016 } cm^3}$

Exercice 7

1. Il faut comparer les deux formules pour six jours, deux adultes et deux enfants.

Avec la formule 1 :
$187,50€ \times 2 + 162,50€ \times 2 = 700€$

Avec la formule 2 :
$120€ + 2 \times 25€ \times 6 + 2 \times 20€ \times 6 = 660€$

$\boxed{\text{La formule 2 est la plus intéressante, elle coûte 660€ euros pour la semaine !}}$

2. Il faut faire la somme de toutes les dépenses :
La location d'appartement :
Le Studio 4 personnes suffit pour la famille, il coûte 1 020€ pour la semaine choisie.

La location de matériel :
$(17€ \times 2 + 10€ + 19€) \times 6 = 63€ \times 6 = 378€$
La location de matériel coûte 378€ pour la semaine.

Finalement sans oublier les dépenses de nourritures et de sorties :
$500€ + 378€ + 1\ 020€ + 660€ = 2\ 558€$

$\boxed{\text{Cette famille devra prévoir 2 558€ pour leurs vacances au ski !}}$

Correction

Amérique du Nord - Juin 2016

Exercice 1

Affirmation 1

$$5x+4=2x+17$$
$$5x-2x=17-4$$
$$3x=13$$
$$x=\frac{13}{3}$$

$\boxed{\frac{13}{3}\text{ n'est pas un nombre entier, l'affirmation 1 est fausse.}}$

Affirmation 2
$13*\sqrt{7}\ cm \approx 34,4\ cm$, $\sqrt{175}\ cm \approx 13,2\ cm$ et $12\sqrt{7}\ cm \approx 31,7\ cm$
Donc $[DE]$ est le plus grand côté du triangle.

Comparons CD^2+CE^2 et DE^2
$CD^2+CE^2=\left(\sqrt{175}\right)^2+\left(12\sqrt{7}\right)^2$
$CD^2+CE^2=175+12^2\times 7=175+144\times 7=175+1\,008=1\,183$
$DE^2=\left(13\sqrt{7}\right)^2=169\times 7=1\,183$
Ainsi $CD^2+CE^2=DE^2$

D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle CDE est rectangle en C

$\boxed{\text{L'affirmation 2 est vraie.}}$

Affirmation 3
On cherche les coefficients multiplicateurs.
$45\times k=31,50$ donc $k=\frac{31,50}{45}=0,7$
$56\times k'=42$ donc $k'=\frac{42}{56}=0,75$
On interpréte les coefficients en terme de diminution en pourcentage.

$0,7=0,70=1-0,30=1-\frac{30}{100}$: c'est une diminution de 30%
$0,75=1-0,25=1-\frac{25}{100}$: c'est une diminution de 25%

$\boxed{\text{L'affirmation 3 est fausse.}}$

Exercice 2

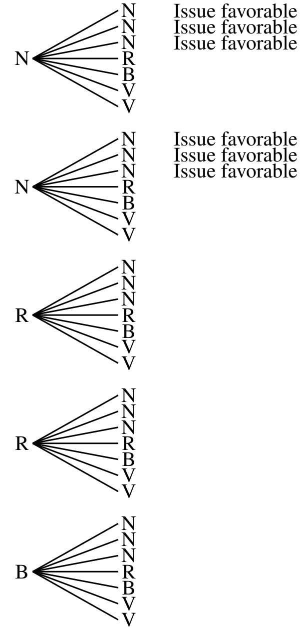
1.a Nous sommes bien dans une situation d'équiprobabilité, c'est une expérience aléatoire à une épreuve.
Il y a 5 pistes dont 2 rouges.

$\boxed{\text{La probabilité que la piste soit rouge est }\frac{2}{5}=0,4\text{ soit }40\%}$

1.b Nous sommes à nouveau dans une situation d'équiprobabilité.
Il y a 7 pistes dont 1 bleue.

$\boxed{\text{La probabilité que la piste soit bleue est }\frac{1}{7}\approx 0,14\text{ soit }14\%}$

2. Cette fois-ci nous sommes dans expérience aléatoire à deux épreuves où chaque issue est équiprobable.
On peut représenter cette situation sous la forme d'un arbre de probabilité.



On constate qu'il y a 35 issues possibles équiprobables. Il y a en effet 5 pistes entre le haut de la station et le restaurant puis 7 entre le restaurant et le bas des pistes.
Parmi ces 35 possibilités, 6 réalise l'événement étudié.

$\boxed{\text{La probabilité de passer par 2 pistes noires est }\frac{6}{35}\approx 0,17\text{ soit }17\%}$

Exercice 3

1.a C'est au mois de février !

1.b Il faut faire la somme de toutes les ventes de forfaits.
$60\,457+60\,457+148\,901+100\,058+10\,035=379\,908$
Calculons le tiers de cette somme :
$379\,908\div 3=126\,636$
En février, 148 901 forfaits ont été vendus.

$\boxed{\text{Ninon a raison !}}$

2. $\boxed{\text{=B2+C2+D2+E2+F2 ou =SOMME(B2 :F2)}}$

3. Nous allons diviser la somme obtenue par 5 mois.
$379\,908\div 5=75\,981,6$

75 982 forfaits en moyenne ont été vendus chaque mois !

Exercice 4

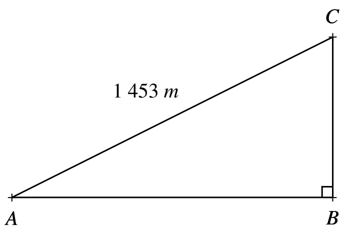
1. Le télésiège est ouvert de 9h à 16h soit 7h.
Il y a 3 000 skieurs à l'heure. $3\ 000 \times 7 = 21\ 000$

21 000 **skieurs peuvent prendre le télésiège chaque jour.**

2. Le télésiège parcoure 1 453 m à la vitesse de $5,5\ ms^{-1}$
Comme $1\ 453\ m \div 5,5\ ms^{-1} \approx 264\ s$
$264\ s = 4 \times 60\ s + 24$

Le télésiège met 4 min 24 s pour atteindre le sommet.

3. On peut modéliser la situation ainsi :



La longueur $BC = 2\ 261\ m - 1\ 839\ m = 422\ m$
On cherche la mesure de l'angle $\widehat{A}$
Dans le triangle ABC, rectangle en B

$sin(\widehat{A}) = \dfrac{422}{1\ 453}$

À la calculatrice on trouve $\widehat{A} \approx 17^o$

L'angle du télésiège avec l'horizontale est 17^o

Exercice 5

1.a Avec le Tarif 1 on paye $40,50€ \times 2 = 81€$
Avec le Tarif 2 on paye $31€ + 32€ \times 2 = 31€ + 64€ = 95€$

Le Tarif 1 est le plus intéressant pour 2 jours

1.b Notons x le nombre de jours que nous cherchons.
Trouver quand le Tarif 2 est plus intéressant que le Tarif 1 revient à résoudre l'inéquation suivante :

$$40,50x > 32x + 31$$
$$40,50x - 32x > 31$$
$$8,50x > 31$$
$$x > \frac{31}{8,50}$$

Or $\dfrac{31}{8,50} \approx 3,65$

À partir de 4 journées le Tarif 2 est le plus interessant !

On pouvait aussi faire plusieurs tests.
Pour 2 jours, voir la question 1.a
Pour 3 jours on obtient $121,50€$ pour le Tarif 1 et 127€ pour le Tarif 2
Pour 4 jours on obtient 162€ pour Tarif 1 et 159€ pour le Tarif 2.
Cela confirme le résultat de notre inéquation.

2.a Le graphique correspondant au Tarif 1 est une droite passant par l'origine du repère. Cela caractérise un situation de proportionnalité.

Le Tarif 1 correspond à une situation de proportionnalité.

2.b Il y a moins de 25€ de différence entre le Tarif 1 et le Tarif 2 pour six jours.

Plus exactement, on obtient 243€ pour le Tarif 1 et 223€ pour le Tarif 2 soit 20€ d'écart !

2.c Avec 275€ on peut faire 7 jours de ski au maximum avec le Tarif 2.

Exercice 6

1. Comme la section du cône se fait suivant un plan parallèle à la base, les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles dans le plan contenant les points A, B et S.
Dans le triangle SAB, les droites (AB) et $(A'B')$ sont parallèles.
Comme O' est le milieu de $[SO]$, dans le triangle SOA on peut utiliser **le théorème de la droite des milieux** pour démontrer que le point A' est le milieu de $[SA]$
De même on démontre dans le triangle SOB que le point B' est le milieu de $[SB]$
Ainsi $BB' = 2 \times 240\ cm = 480\ cm$

$BB' = 480\ cm$

Une alternative, le théorème de Thalès dans le triangle SAB

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB}$$
$$\frac{SB'}{240 + SB'} = \frac{30}{60}$$

À ce stade le plus simple est de remarquer que 60 est le double de 30.
Ainsi SB' doit être le double de $240 + SB'$, ce qui suppose que $SB' = 240$
D'où $SB = 480$
Sinon on peut passer par un produit en croix :

$$30(240 + SB') = 60SB$$
$$7\ 200 + 30SB' = 60SB'$$
$$7\ 200 = 60SB' - 30SB'$$
$$30SB' = 7\ 200$$
$$SB' = \frac{7\ 200}{30}$$
$$SB' = 240$$

2. Le triangle SOA est rectangle en O. SO est en effet la hauteur du cône.
$OA = 60\ cm \div 2 = 30\ cm$
D'après **le théorème de Pythagore** dans SOA on a :

$$OS^2+OA^2=SO^2$$
$$OS^2+30^2=480^2$$
$$OS^2+900=230\ 400$$
$$OS^2=230\ 400-900$$
$$OS^2=229\ 500$$
$$OS=\sqrt{229\ 500}$$
$$0S\approx 479$$

$\boxed{\text{La hauteur du cône est de } 479\ cm}$

3. Il faut calculer le volume du tronc de cône, nous allons l'obtenir par soustraction de deux volumes.

Calcul du volume du grand cône :
$V_g=\dfrac{aire\ de\ la\ base\ \times\ hauteur}{3}=\dfrac{\pi\times 30^2\times 479}{3}\ cm^3$
$V_g=143\ 700\pi\ cm^3$

Calcul du volume du petit cône :
Ses mesures sont deux fois plus petites.
$V_p=\dfrac{aire\ de\ la\ base\ \times\ hauteur}{3}=\dfrac{\pi\times 15^2\times 239,5}{3}\ cm^3$
$V_p=17\ 965,5\pi\ cm^3$

On peut aussi utiliser le coefficient d'augmentation/réduction. Il est de $\dfrac{1}{2}$ entre le grand cône et le petit cône.

Le volume du petit cône est donc multiplié par $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$
Dit plus simplement, le petit cône a des mesures 2 fois plus petites et donc un volume 8 fois plus petit.
$V_p=V_g\div 8$

Reste à soustraire les deux volumes :
$V=V_g-V_p=143\ 700\pi-17\ 965,5\pi=125\ 735,5\pi\ cm^3\approx 395\ 016\ cm^3$

$\boxed{\text{Le volume de la manche à air est } 395\ 016\ cm^3}$

Exercice 7

1. Il faut comparer les deux formules pour six jours, deux adultes et deux enfants.

Avec la formule 1 :
$187,50€\times 2+162,50€\times 2=700€$

Avec la formule 2 :
$120€+2\times 25€\times 6+2\times 20€\times 6=660€$

$\boxed{\text{La formule 2 est la plus intéressante, elle coûte 660€ euros pour la semaine !}}$

2. Il faut faire la somme de toutes les dépenses :
La location d'appartement :
Le Studio 4 personnes suffit pour la famille, il coûte 1 020€ pour la semaine choisie.

La location de matériel :
$(17€\times 2+10€+19€)\times 6=63€\times 6=378€$
La location de matériel coûte 378€ pour la semaine.

Finalement sans oublier les dépenses de nourritures et de sorties :
$500€+378€+1\ 020€+660€=2\ 558€$

$\boxed{\text{Cette famille devra prévoir 2 558€ pour leurs vacances au ski !}}$