BAC 2017 S

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE MATHS SPÉCIALITÉ

Baccalauréat S – Métropole - Juin 2017 – Mathématiques en enseignement de spécialité

Exercice 1

Partie A

1.

$$\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = 0$$

2.

$$h'(x) = e^{-x} + x(-e^{-x}) = (1-x)e^{-x}$$

x	0		1		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	−	
$h(x)$	0	↗	e^{-1}	↘	0

3.

a.

$$e^{-x} - h'(x) = xe^{-x} = h(x)$$

b.

$$x \longmapsto -e^{-x}$$

c.

$$H(x) = -e^{-x} - h(x) = -(x+1)e^{-x}$$

Partie B

1.

a.

$$MN = |f(x) - g(x)| = h(x)$$

D'après la partie A, maximale pour $x = 1$ et $MN_{max} = e^{-1}$.

b.

Voir annexe.

2.

a.

Voir annexe.

b.

$$A_\lambda = \int_0^\lambda [f(x) - g(x)]dx = \int_0^\lambda h(x)dx = H(\lambda) - H(0) = -(\lambda+1)e^{-\lambda} + 1$$
$$= 1 - \frac{\lambda+1}{e^\lambda}$$

c.

$\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A_\lambda = 1$

L'aire entre les deux courbes vaut 1 unité d'aire.

3.

a.

$A_2 \cong 0{,}594 \qquad A_3 \cong 0{,}801$

L'algorithme affiche 3.

b.

Donner le plus petit entier λ tel que $A_\lambda \geq S$.

Exercice 2

1.

$A \in \mathcal{P} \Leftrightarrow 2 - a^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow a^2 = -1$

Impossible car a est réel.

2.

a.

Elle est dirigée par le vecteur normal au plan de coordonnées $(2; 0; -1)$.

$$\mathcal{D} : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = a \\ z = a^2 - t \end{cases}$$

b.

$$AM = \sqrt{(2t)^2 + 0^2 + (-t)^2} = \sqrt{5}|t|$$

3.

Intersection du plan et de la droite :

$2(1 + 2t) - (a^2 - t) - 3 = 0 \qquad t = \dfrac{a^2 + 1}{5}$

Le point H est associé à cette valeur de t.

$$AH = \frac{a^2 + 1}{\sqrt{5}}$$

La distance est minimale pour $a = 0$.

Exercice 3

Partie A

1.

Proposition C.

2.

a.

$-\dfrac{\pi}{2} < -\dfrac{\pi}{3} < -\dfrac{\pi}{4} \qquad 60 < 70 < 80$

Secteur G4.

b.

$$-45\sqrt{3} + 45i = 90\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = 90e^{i\frac{5\pi}{6}}$$

Secteur D5.

Partie B

1.

$P(M < 0) \cong 8.10^{-24} \cong 0{,}000$

Il est quasiment impossible que le point d'impact soit situé de l'autre côté du capteur.

2.

$P(M \in]40; 60[) = P(40 < M < 60) \cong 0{,}954$

3.

Les variables étant indépendantes :

$P\left(T \in \left]\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[\cap M \in]40;60[\right) = P\left(T \in \left]\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right[\right) \times P(M \in]40;60[) \cong 0{,}781$

Exercice 4

Partie A

1.

Théorème de Pythagore : $y^2 = x^2 + (x+1)^2 = 2x^2 + 2x + 1$.

2.

$x = 1 \Longrightarrow y^2 = 5$, impossible.

$x = 2 \Longrightarrow y^2 = 13$, impossible.

$x = 3 \Longrightarrow y^2 = 25 \Longrightarrow y = 5$

3.

a.

Si n est pair, n^2 aussi.

Si n^2 est impair, n ne pouvant pas être pair est nécessairement impair.

b.

$y^2 = 2x^2 + 2x + 1$ est impair, donc y aussi.

4.

$y.y - (2x+2)x = 1$

D'après le théorème de Bézout, x et y sont premiers entre eux.

Partie B

1.

$\begin{cases} x' = 3x + 2y + 1 \\ y' = 4x + 3y + 2 \end{cases}$

2.

a.

$$\begin{aligned} y'^2 - 2x'(x'+1) &= (4x+3y+2)^2 - 2(3x+2y+1)(3x+2y+2) \\ &= 16x^2 + 9y^2 + 4 + 24xy + 16x + 12y \\ &- 2(9x^2 + 4y^2 + 2 + 12xy + 9x + 6y) = y^2 - 2x^2 - 2x \\ &= y^2 - 2x(x+1) \end{aligned}$$

b.

$$y^2 = 2x^2 + 2x + 1 \Rightarrow y^2 - 2x(x+1) = 1 \Rightarrow y'^2 = 2x'^2 + 2x' + 1$$

3.

- Initialisation : $(x_0; y_0) = (3; 5)$ définit un TRPI.
- Hérédité : on suppose que $(x_n; y_n)$ définit un TRPI.

  Alors, d'après la question 3b, $(x_{n+1}; y_{n+1})$ aussi.

4.

Par calcul des termes successifs : $(x_4; y_4) = (4059; 5741)$.

Annexe