12 novembre 2011 — Classe de seconde

Devoir Mathématiques N^o 4

On attend une redaction propre et soignée sur une copie double. Les réponses peuvent être en partie données sur le sujet.

0 Nom et prénom :

1 (12 points)

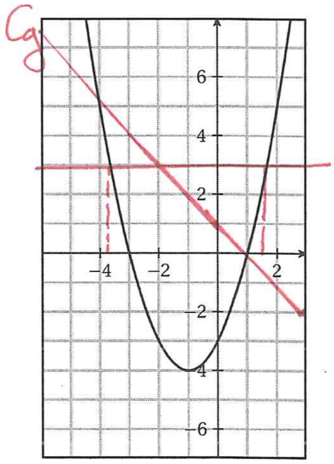
Partie A : Par lecture graphique (complétez ci-dessous). Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2+2x-3$ dont la représentation graphique est ci-contre.

1. Résoudre graphiquement en justifiant à l'aide d'une phrase $f(x) = 3$.

Les solutions de $f(x)=3$ sont les abscisses des points d'intersect° de $\mathscr{C}_f$ ~~et~~ de la droite d'équation $y=3$.
on lit $S=\{1,5 ; -3,7\}$

2. Résoudre graphiquement sans justifier $f(x) > 0$. $S =]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$

Partie B : Vous résoudrez cet exercice uniquement par le calcul.

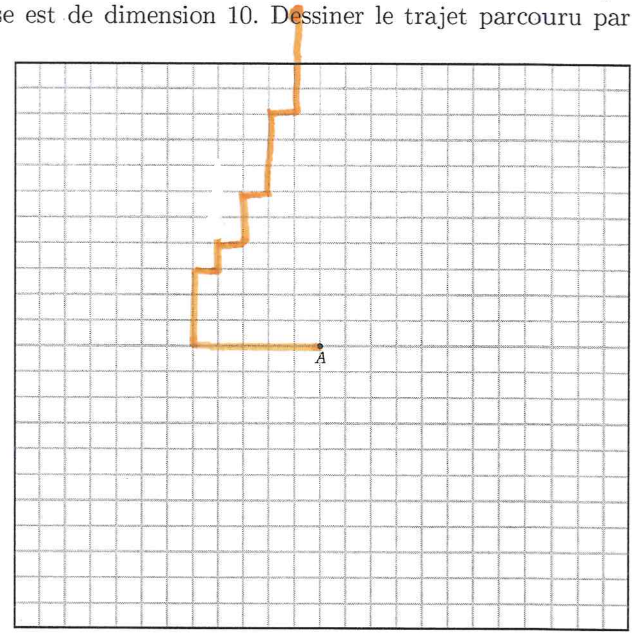


1. a) Calculer les valeurs exactes de $f(2)$ et de $f(1+\sqrt{2})$.
   b) Résoudre l'équation $f(x) = -3$.
   c) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x+3)$.
   d) En déduire les antécédents de 0 par f.
2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x+1$. On note $\mathscr{D}$ sa représentation graphique.
   a) Tracer $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g.
   b) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

2 (2 points)

On donne l'algorithme suivant destiné à faire marcher la tortue de Python. Au début la tortue est dans le point A du graphique tournée vers la droite. Chaque case est de dimension 10. Dessiner le trajet parcouru par la tortue lorsqu'on exécute l'algorithme.

```
Algorithme 1: La tortue
Variables
    i, t
Traitement
    t ←10;
    right(180);
    forward(50);
    right(90);
    forward(30);
    right(90);
    pour i allant de 1 a 4 (inclus) faire
        forward(t);
        left(90);
        forward(i*t);
        right(90)
```



3 (3 points)

Cet exercice est à faire uniquement à la calculatrice, aucune justification n'est demmandée. Vous répondrez sur le sujet.

Soit les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4;3]$ par : $f(x) = x^2 - 2$ et $g(x) = -2x^2 + 2x + 3$.

Déterminer :

1. L'ensemble S des solutions de $g(x) > 0$.

2. L'ensemble S des solutions de $f(x) = g(x)$.

3. L'ensemble S des solutions de $f(x) < g(x)$.

4. Le minimum de f.

5. Le maximum de g.

DS4

Partie B : $f(x) = x^2+2x-3$

1 a) $f(2) = 4+4-3 = 5$

$f(1+\sqrt{2}) = (1+\sqrt{2})^2 + 2(1+\sqrt{2}) - 3$

$= 1 + 2\sqrt{2} + 2 + 2 + 2\sqrt{2} - 3$

$= 2 + 4\sqrt{2}$

b) $f(x) = -3 \iff x^2+2x-3 = -3$

$\iff x^2+2x = 0$

$\iff x(x+2) = 0 \iff x = 0$ ou $x = -2$

(cela correspond bien avec le graphique)

c) $(x-1)(x+3) = x^2 - x + 3x - 3$

$= x^2+2x-3$

$= f(x)$

donc on a bien $f(x) = (x-1)(x+3)$.

d) $f(x) = 0 \iff (x-1)(x+3) = 0$

$\iff x = 1$ ou $x = -3$

Les antécédents de 0 par f sont 1 et -3

B 2 a g est une fonction affine et sa représentat° graphique est une droite.

on a $g(0) = 1$ et $g(3) = 2$ ce qui permet de tracer g.

b $f(x) = g(x)$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = -x+1$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) + x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)\big((x+3)+1\big) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+4) = 0 \quad \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -4$;

$S = \{1 ; -4\}$

Remarque : cela correspond bien avec la lecture graphique de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.