

Exercice 1

4 pts

1. On développe :

$$A(x) = (7 - 5x)^2 + (1 - x)^2$$

$$B(x) = (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) \text{ avec } x \geq 0$$

$$A(x) = 49 - 70x + 25x^2 + 1 - 2x + x^2$$

$$(0,75 \text{ pt}) \quad B(x) = (\sqrt{x})^2 - 2^2$$

(0,75 pt)

$$\boxed{A(x) = 26x^2 - 72x + 50}$$

$$\boxed{B(x) = x - 4}$$

2. On factorise :

$$C(x) = (x + 3)(2x - 5) - (x + 3)^2$$

$$D(x) = x^2 - 10x + 25 + 3(x - 5) \quad E(x) = x^3 + 2x^2 + x$$

$$C(x) = (x + 3)[(2x - 5) - (x + 3)]$$

$$D(x) = (x - 5)^2 + 3(x - 5)$$

$$E(x) = x(x^2 + 2x + 1)$$

$$C(x) = (x + 3)(2x - 5 - x - 3)$$

$$D(x) = (x - 5)(x - 5 + 3)$$

$$\boxed{E(x) = x(x + 1)^2}$$

$$\boxed{C(x) = (x + 3)(x - 8)}$$

$$\boxed{D(x) = (x - 5)(x - 2)}$$

(0,75 pt)

(1pt)

(0,75 pt)

Exercice 2

4 pts

a) $2x - 1 + 3(2 - x) = 4x - 1.$

Cette équation équivaut successivement à :

$$2x - 1 + 6 - 3x = 4x - 1$$

$$6 = 5x$$

$$x = \frac{6}{5}$$

(1 pt)

$$\boxed{S = \left\{ \frac{6}{5} \right\}}$$

b) $25 - (1 - x)^2 = 0$

Cette équation équivaut successivement à :

$$5^2 - (1 - x)^2 = 0$$

$$(5 + 1 - x)(5 - 1 + x) = 0$$

$$(6 - x)(4 + x) = 0$$

$$6 - x = 0 \text{ ou } 4 + x = 0 \quad (1 \text{ pt})$$

$$x = 6 \text{ ou } x = -4$$

$$\boxed{S = \{-4; 6\}}$$

c) $10x - 4 = (5x - 2)(x - 1)$

Cette équation équivaut successivement à :

$$2(5x - 2) - (5x - 2)(x - 1) = 0$$

$$(5x - 2)[2 - (x - 1)] = 0$$

$$(5x - 2)(2 - x + 1) = 0$$

$$(5x - 2)(-x + 3) = 0$$

(1 pt)

$$5x - 2 = 0 \text{ ou } -x + 3 = 0$$

$$x = \frac{2}{5} \text{ ou } x = -3$$

$$\boxed{S = \left\{ -3; \frac{2}{5} \right\}}$$

d) $\frac{4}{x^2 - 1} = \frac{1}{2}$

Condition : $x^2 - 1 \neq 0$ c'est à dire

$$x \neq -1 \text{ et } x \neq 1$$

On utilise l'égalité des produits en croix :

$$x^2 - 1 = 2 \times 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x = -3 \text{ ou } x = 3 \quad (1 \text{ pt})$$

$$\boxed{S = \{-3; 3\}}$$

Exercice 3**4 pts**

$$f(x) = 3(x-1)^2 - 27 \text{ sur } \mathbb{R}.$$

1. $f(x) = 3(x^2 - 2x + 1)^2 - 27$

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 3 - 27 \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$\boxed{f(x) = 3x^2 - 6x - 24}$$

2.

$$f(x) = 3(x-1)^2 - 27$$

$$f(x) = 3[(x-1)^2 - 9]$$

$$f(x) = 3[(x-1)^2 - 3^2] \quad (0,75 \text{ pt})$$

$$f(x) = 3(x-1+3)(x-1-3)$$

$$\boxed{f(x) = 3(x+2)(x-4)}$$

3. a) $f(-2) = 3(-2+2)(-2-4) = 0$

$$f(\sqrt{2}+1) = 3(\sqrt{2}+1-1)^2 - 27 = 3(\sqrt{2})^2 - 27 = 3 \times 2 - 27 = \boxed{-21} \quad (1 \text{ pt})$$

b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x-4)(x+2) = 0$

$$\Leftrightarrow x-4 = 0 \text{ ou } x+2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -2 \quad (0,75 \text{ pt})$$

$$\boxed{S = \{-2; 4\}}$$

c) $f(x) = 27 \Leftrightarrow 3(x-1)^2 - 27 = 27$

$$\Leftrightarrow 3(x-1)^2 = 54$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 18$$

$$\Leftrightarrow x-1 = \sqrt{18} \text{ ou } x-1 = -\sqrt{18} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{18} \text{ ou } x = 1 - \sqrt{18}$$

$$\boxed{S = \{1 - \sqrt{18}; 1 + \sqrt{18}\}}$$

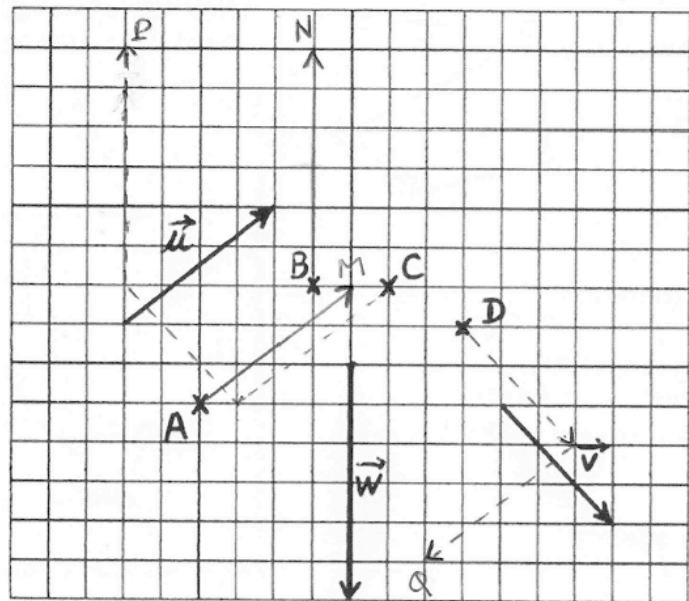
$$\overrightarrow{AM} = \vec{u}$$

$$\overrightarrow{BN} = -\vec{w}$$

$$\overrightarrow{PC} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w} \text{ donc } \overrightarrow{CP} = -\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$$

$$\overrightarrow{QD} = -\vec{v} + \vec{u} \text{ donc } \overrightarrow{DQ} = \vec{v} - \vec{u}$$

(4x0,75 pts)



Exercice 5

1.

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$$

$$; \quad \overrightarrow{OK} = \overrightarrow{AL} ;$$

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} \quad ; \quad \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} . \quad (4 \times 0,25 \text{ pt})$$

$\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{DK}$ donc le quadrilatère **IBKD** est un **parallélogramme**. (0,5 pt)

$$2. \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LA} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AO} = \boxed{\overrightarrow{KO}}$$

$$\overrightarrow{AO} - (\overrightarrow{LK} + \overrightarrow{LA}) = \overrightarrow{AO} - (\overrightarrow{LO}) = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OL} = \boxed{\overrightarrow{AL}}$$

$$(\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{CI}) - (\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{LA}) = (\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KA}) - (\overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KO}) = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{JO} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OJ} = \boxed{\overrightarrow{OI}}$$

(0,5 +1+1+1)

$$(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CK}) - (\overrightarrow{CJ} - \overrightarrow{DK}) = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OK} = \boxed{\overrightarrow{DK}}$$