

Devoir Mathématiques N° 6 (0,5h)



On attend une rédaction propre et soignée sur une copie double. Les réponses peuvent être en partie données sur le sujet.

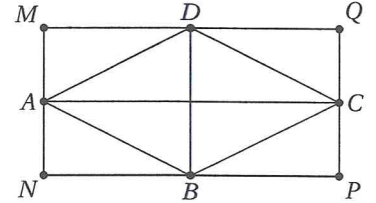
0

Nom et prénom : *Master*

1

On considère le rectangle $MNPQ$ ci-contre. On désigne par A, B, C, D les milieux respectifs de $[MN]$, $[NQ]$, $[PQ]$, $[QM]$. Compléter les égalités suivantes en utilisant les points de la figure.

1. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$
2. $\vec{BD} + \vec{BP} = \vec{BQ}$
3. $\vec{AC} + \vec{DB} = \vec{MP}$
4. $\vec{AD} + \vec{AB} + \vec{CB} + \vec{CD} = \vec{0}$
5. $\vec{MA} + \vec{DC} = \vec{MB}$
6. $\vec{CP} + \vec{BA} = \vec{DH}$
7. $2\vec{NB} + \vec{CD} = \vec{AD}$



2

4 points

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Répondre par vrai ou faux aux propositions suivantes :

\vec{AB} et \vec{BA} ont même direction.

Vrai Faux

\vec{AB} et \vec{BA} ont même sens.

\vec{AB} et \vec{BA} ont même norme.

\vec{AB} et $2\vec{AB}$ ont même direction.

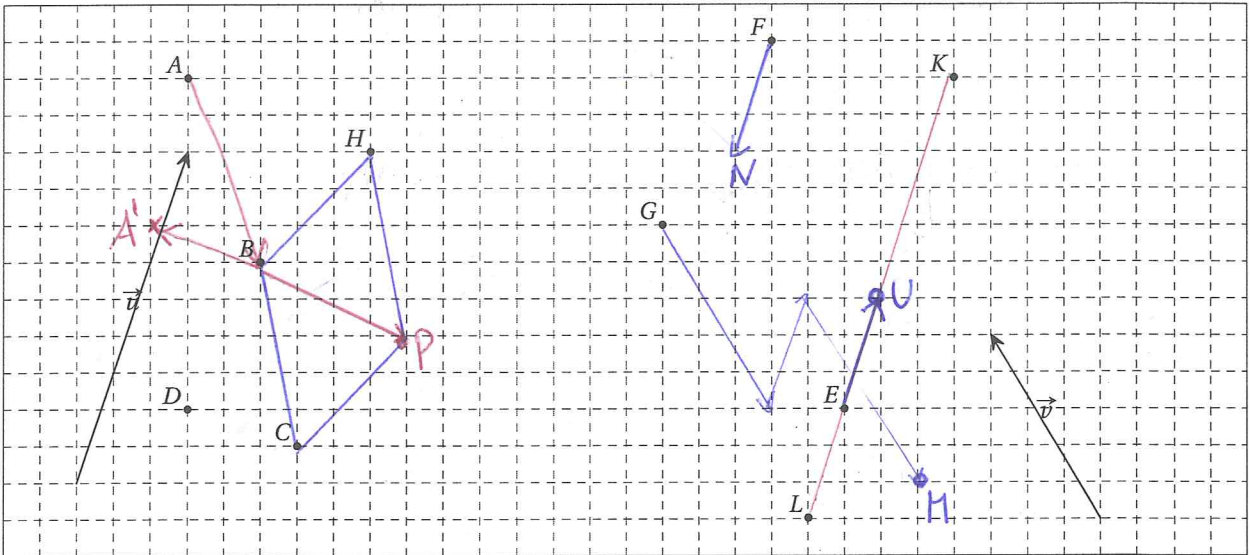
\vec{AB} et $2\vec{AB}$ ont même sens.

\vec{AB} et $2\vec{AB}$ ont même longueur.

Si $\vec{AC} = \vec{BC}$ alors C est le milieu de $[AB]$.

Si $\vec{AB} = \vec{CD}$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.





Compléter la figure suivante (en faisant apparaître les traits de construction) :

1. Construire le point A' tel que $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.
2. Construire le point P tel que $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BH}$.
3. Construire le point U tel que $\overrightarrow{KU} = \overrightarrow{KE} + \overrightarrow{LE}$.
4. Construire le point N tel que $\overrightarrow{FN} = -\frac{1}{3}\vec{u}$
5. Construire le point M tel que $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\vec{u} - 2\vec{v}$

4 Soit A, B, C, D, E 4 points du plan. Montrer que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD}$

5 Soit $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Montrer que pour $x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$.
2. En déduire les solutions de $P(x) = 0$.

Exercice 4:
$$\begin{aligned} \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} &= \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} \quad (\text{Chasles}) \\ &= \overrightarrow{CD} \quad (\text{Chasles}) \end{aligned}$$

Donc l'égalité est vérifiée.

Exercice 5: ①
$$\begin{aligned} (x-1)(x+2)(x-3) &= [(x-1)(x+2)](x-3) \\ &= (x^2 + 2x - 1x - 2)(x-3) \\ &= (x^2 + x - 2)(x-3) \\ &= x^3 + x^2 - 2x - 3x^2 - 3x + 6 \\ &= x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = P(x) \end{aligned}$$

On a donc bien $P(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$

② Donc $P(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -2$ ou $x = 3$

$$S = \{-1, -2, 3\}$$