Mathovore
tout pour réussir en maths

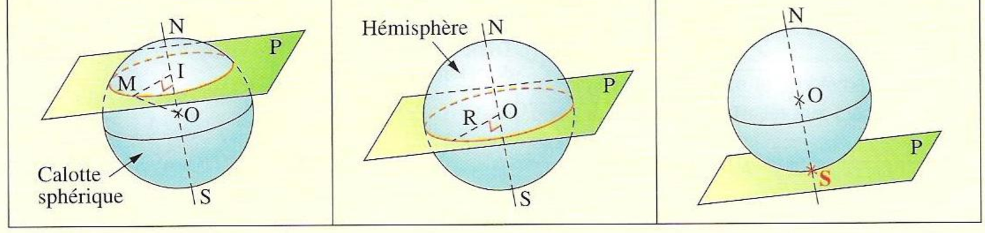
Site n° 1 des maths sur le web

http://www.mathovore.fr

Section d'une sphère par un plan :

[NS] est un diamètre d'une sphère de centre O et P est le plan perpendiculaire à [NS] en I : on dit que **OI est la distance de O au plan P**.

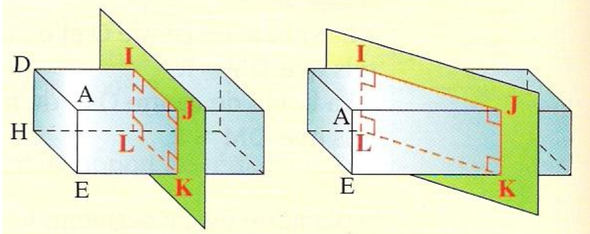
Cas $0 < OI < R$	Cas $OI = 0$	Cas $OI = R$
Le cercle de section a pour centre I. Pour tout point M de ce cercle, le triangle OIM est rectangle en I.	Le cercle de section a même centre O et même rayon R que la sphère : on dit que c'est **un grand cercle de la sphère**.	Le cercle de section a pour centre S (ou N) et pour rayon 0. On dit que **le plan P est tangent à la sphère en S** (ou N).



Section d'un parallélépipède par un plan :

La section d'un parallélépipède rectangle par un plan :

- parallèle à une face est un rectangle
- parallèle à une arête est un rectangle.

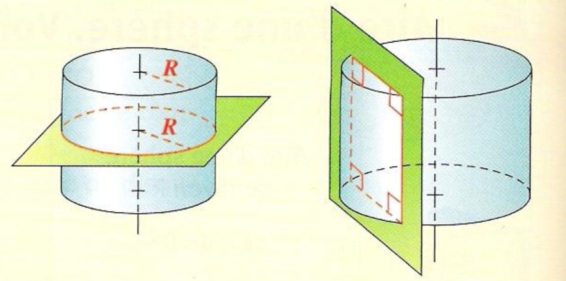


Plan parallèle à la face ADHE. **Plan parallèle à l'arête [AE].**

Section d'un cylindre par un plan :

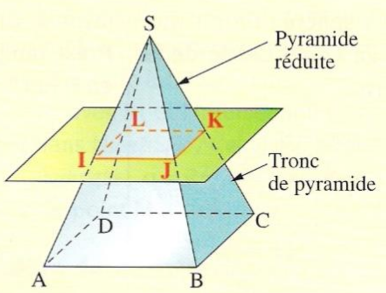
La section d'un cylindre de révolution de rayon R par un plan :

- perpendiculaire à l'axe est un cercle de rayon R dont le centre appartient à cet axe
- parallèle à l'axe est un rectangle.

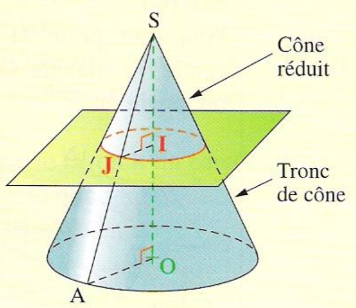


Plan perpendiculaire à l'axe. **Plan parallèle à l'axe.**

Section d'une pyramide et d'un cône par un plan :

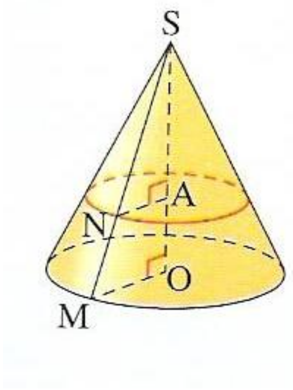


Rapport de réduction : $\dfrac{SI}{SA} = \dfrac{SJ}{SB} = \dfrac{IJ}{AB} \dots$



Rapport de réduction : $\dfrac{SI}{SO} = \dfrac{SJ}{SA} = \dfrac{IJ}{OA} \dots$

Exercice « type brevet » :



Un cône de révolution de sommet S a pour base un disque de centre O et de rayon 5cm.
De plus SO = 10 cm.
A est un point de la hauteur [SO] tel que : SA = 7 cm.
Le plan perpendiculaire à [SO] coupe une génératrice [SM] en N.

a) *Calculer le volume du cône initial en cm³.*

$$V = \frac{\text{Aire base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 5^2 \times 10}{3} = \mathbf{\frac{250}{3}\pi \ (cm^3) \quad \approx 262 \ cm^3}$$

b) *Calculer le rapport de réduction du grand cône au petit cône obtenu par la section.*

On sait que les triangles SAN et SAO sont en situation de Thalès avec les droites (AN) et (OM) parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{SA}{SO} = \frac{AN}{OM} = \frac{SN}{SM}$

Le coefficient de réduction est : $k = \frac{SA}{SO} = \frac{7}{10} = \mathbf{0,7}$

c) *Calculer le rayon de la section de ce cône.*

La section de ce cône par ce plan est un cercle réduction de la base.

Rapport de réduction : $k = \frac{SA}{SO} = \frac{AN}{OM} = 0,7$

D'où : $\frac{AN}{5} = 0,7$ et $AN = 5 \times 0,7 = 3,5$ cm .

Donc le **rayon de la section du cône est de 3,5 cm.**

d) *Calculer l'aire de la section par 2 méthodes.*

Méthode 1 : $A = \pi R^2 = \pi\,(AN)^2 = \pi\, 3,5^2 = 12,25\pi$ (cm²)

Méthode 2 : Aire section = Aire base × (Rapport réduction)² = $\pi \times 5^2 \times 0,7^2$ = **$12,25\pi$ (cm²)**

a) *Calculer le volume du petit cône.*

Méthode 1 : $V = \frac{\text{Aire base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3} = \frac{\pi \times 3,5^2 \times 7}{3} = \mathbf{\frac{85,75}{3}\pi \ (cm^3) \approx 90 \ cm^3}$

Méthode 2 : Volume section = Volume départ × (Rapport réduction)³ = $\frac{250}{3}\pi \times 0,7^3$ (cm³) ≈90 cm³