

Pour le .....

Ce devoir est à rendre sur copie, mais il faudra également rendre le fichier GeoGebra contenant votre figure.

**Pour envoyer votre figure au professeur, il est possible :**

- soit de déposer le fichier sur l'ENT<sup>1</sup>, en passant par le cahier de textes en ligne de l'ENT ;
- soit d'envoyer votre fichier par mail à votre professeur, en passant par la messagerie de l'ENT.

Dans tous les cas, votre fichier doit être correctement nommé, au format "*classe\_nom\_DM8.ggb*", où *classe* est l'intitulé de votre classe et *nom* votre nom de famille.

**Pour utiliser le logiciel GeoGebra (logiciel libre et gratuit), il est possible :**

- soit de l'installer puis de l'utiliser sur votre ordinateur<sup>2</sup> ;
- soit d'utiliser la version en ligne, sans installation nécessaire ;<sup>3</sup>
- soit de travailler depuis un des postes informatiques du lycée.

Dans tous les cas, pensez à bien enregistrer votre figure !

On considère un triangle ABC, et on appelle A', B' et C' les milieux respectifs des segments [BC], [CA] et [AB].

On note O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, H son orthocentre, et G son centre de gravité.



### 1. Figure avec le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra

- (a) Réaliser une figure à l'aide du logiciel.
- (b) Expliquer sur la copie la procédure effectuée pour obtenir les points O, H et G.  
*Pour plus de clarté, on veillera à utiliser des couleurs pour distinguer les différentes droites remarquables (médianes, hauteurs, etc.) du triangle.*

### 2. Autour du centre de gravité

- (a) Sur la figure, construire le point G', symétrique de G par rapport au point C'.
- (b) Démontrer que le quadrilatère AGBG' est un parallélogramme.
- (c) Démontrer que G est le milieu du segment [CG'].
- (d) Dédire de ce qui précède que  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ .
- (e) Précisez alors quelle est la position du point G sur la médiane [CC'].  
*On pourra contrôler la réponse donnée, en saisissant l'instruction **r=RapportColinéarité[C,C',G]** dans le champ de saisie de GeoGebra (attention à l'ordre des points !), qui donnera alors le nombre réel r tel que  $\vec{CG} = r\vec{CC'}$ .*

### 3. Droite d'Euler

- (a) Sur la figure, construire les vecteurs  $\vec{OH}$  et  $\vec{OG}$ .
- (b) Déplacer les points A, B et C, puis émettre une conjecture sur les points O, G et H. Plus précisément, conjecturer une relation entre les vecteurs  $\vec{OH}$  et  $\vec{OG}$ .

Soit M le point défini par  $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ .

- (c) Prouver que  $\vec{AM} = 2\vec{OA'}$ . (*On pourra utiliser la relation de Chasles.*)
- (d) En déduire que M appartient à la hauteur du triangle ABC issue de A.
- (e) Démontrer que les points M et H sont confondus.
- (f) Prouver que  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG} + (\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC})$ , puis que  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ .
- (g) Démontrer alors les conjectures établies au 3. (b).

### 4. Recherche, facultatif

Rechercher ce qu'on appelle **droite d'Euler** d'un triangle, puis effectuer une courte recherche (une dizaine de lignes) sur le mathématicien **Euler**.

1. Adresse de l'ENT : <http://fernand-darchicourt.savoirsnumeriques5962.fr/>

2. <http://www.geogebra.org/cms/fr/download/>

3. Se rendre sur le site <http://www.mathslycee.fr>, puis dans le menu **Outils**