

Exercice 1

x est un réel tel que $x \in [3\pi; 4\pi]$ et $\cos x = \frac{5}{13}$.

Calculer $\sin x$, $\cos(5\pi - x)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$.

Exercice 2

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. a. Démontrer que $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = 4 - \sqrt{3}$

b. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2X^2 - (4 + \sqrt{3})X + 2\sqrt{3} = 0$.

3. En déduire les solutions dans $[0; 2\pi[$ de l'équation

$$2 \cos^2 x - (4 + \sqrt{3}) \cos x + 2\sqrt{3} = 0.$$

Exercice 3

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On note

$$s_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$$

$$t_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$$

et

$$w_n = \frac{t_n}{s_n}$$

1. Calculer les trois premiers termes des suites s , t et w .

2. Donner une formule explicite de s_n .

3. La suite t est-elle arithmétique ? Justifier.

4. En utilisant l'annexe, répondre aux questions suivantes :

- Quelle formule est écrite dans la cellule D12 ?
- Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite w ? (Expliquer)
- En déduire une expression de w_n en fonction de n .

Pour la suite, on admet que cette expression de w_n est vraie.

5. En déduire que $t_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

6. En déduire la valeur de $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$. Vérifier votre valeur à l'aide de l'annexe.

ANNEXE

	A	B	C	D	E
1	n	s_n	n^2	t_n	w_n
2	1	1	1	1	1
3	2	3	4	5	5/3
4	3	6	9	14	7/3
5	4	10	16	30	3/1
6	5	15	25	55	11/3
7	6	21	36	91	13/3
8	7	28	49	140	5/1
9	8	36	64	204	17/3
10	9	45	81	285	19/3
11	10	55	100	385	7/1
12	11	66	121	506	23/3
13	12	78	144	650	25/3
14	13	91	169	819	9/1
15	14	105	196	1015	29/3
16	15	120	225	1240	31/3
17	16	136	256	1496	11/1
18	17	153	289	1785	35/3
19	18	171	324	2109	37/3
20	19	190	361	2470	13/1
21	20	210	400	2870	41/3
...
101	100	5050	1000	338350	67/1