Ex 1

- Pour tout réel x, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

  donc $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x) = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{25}{169} = \underline{\frac{144}{169}}$

  Comme $x \in [3\pi ; 4\pi]$, alors $\underline{\sin(x) \leq 0}$.

  on en déduit que $\sin(x) = -\sqrt{\frac{144}{169}}$ soit $\underline{\sin(x) = -\frac{12}{13}}$.

- $\cos(5\pi - x) = \cos(5\pi - x - 4\pi) = \cos(\pi - x) = -\cos x$

  donc $\underline{\cos(5\pi - x) = -\frac{5}{13}}$.

- $\sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + x - 2\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$

  donc $\underline{\sin\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = \frac{5}{13}}$.

Ex 3

1) $s_1 = 1$; $s_2 = 1+2 = 3$; $s_3 = 1+2+3 = 6$

   $t_1 = 1^2 = 1$; $t_2 = 1^2 + 2^2 = 5$; $t_3 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$

   $w_1 = \frac{t_1}{s_1} = 1$; $w_2 = \frac{t_2}{s_2} = \frac{5}{3}$; $w_3 = \frac{t_3}{s_3} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$.

2) D'après le cours, $s_n = 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.

3) $t_1 = 1$ $t_2 = 5$ et $t_3 = 14$

   $t_2 - t_1 = 5 - 1 = 4$ alors que $t_3 - t_2 = 14 - 5 = 9$

   Donc t n'est $\underline{\text{pas arithmétique}}$.

4) a) En D12 : $\underbrace{\text{= SOMME(C\$2 : C12)}}$

   $\$$ pour "bloquer" le 2.

   b) Il semble que pour tout n, $w_{n+1} = w_n + \frac{2}{3}$:

   w semble arithmétique, de raison $\frac{2}{3}$.

   c) On aura alors $w_n = w_1 + (n-1) \times \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}n - \frac{2}{3}$

   soit $\underline{w_n = \frac{2}{3}n + \frac{1}{3}}$.

5) $w_n = \frac{t_n}{s_n}$ donc $t_n = w_n \times s_n = \left(\frac{2}{3}n + \frac{1}{3}\right) \times \frac{n(n+1)}{2} = \frac{2n+1}{3} \times \frac{n(n+1)}{2}$

   donc $t_n = \underline{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$

6) $1^2 + 2^2 + \dots + 100^2 = t_{100} = \frac{100 \times 101 \times 201}{6} = \underline{338\ 350}$.

   Ceci est vérifié grâce à l'annexe (dernière ligne).