

2) (b) Par construction, les diagonales du quadrilatère  $AGBG'$  se coupent en leur milieu  $C'$ , donc  $AGBG'$  est un parallélogramme.

(c) d'après (b) :  $(BG') \parallel (AG)$ , c'est à dire  $(BG') \parallel (GA')$ .

Dans le triangle  $CBG'$ , la droite  $(A'G)$  passe par le milieu  $A'$  de  $[BC]$  et est parallèle au côté  $(BG')$ . Donc elle coupe  $[CG']$  en son milieu :  $G$  est donc le milieu de  $[CG']$ .

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} &= \vec{GC'} + \vec{C'A} + \vec{GC'} + \vec{C'B} + \vec{GC} \\ \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} &= \underbrace{2\vec{GC'}}_{\vec{0} \text{ d'après (c)}} + \vec{GC} + \underbrace{\vec{C'A} + \vec{C'B}}_{\vec{0} \text{ car } C' \text{ milieu de } [AB]} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}.$$

$$\text{(e)} \quad 2\vec{GC'} + \vec{GC} = \vec{0} \quad \text{donc } \vec{CG} = 2\vec{GC'} \text{ d'où } \begin{aligned} \vec{CC'} &= \vec{CG} + \vec{GC'} \\ \vec{CC'} &= 2\vec{GC'} + \vec{GC'} \\ \vec{CC'} &= 3\vec{GC'} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \vec{CG} = \frac{2}{3} \vec{CC'}$$

$G$  est donc situé aux  $\frac{2}{3}$  de la médiane  $[CC']$  en partant de  $C$ .

3) (b) Il semble que  $O$ ,  $G$  et  $H$  soient alignés et que  $\vec{OH} = 3\vec{OG}$ .

$$\text{(c)} \quad \vec{AM} = \vec{AO} + \vec{OM} = \underbrace{\vec{AO} + \vec{OA}}_{\vec{0}} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OA'} + \vec{A'B} + \vec{OA'} + \vec{A'C} = 2\vec{OA'} + \underbrace{\vec{A'B} + \vec{A'C}}_{\vec{0}}$$

$$\text{D'où } \vec{AM} = 2\vec{OA'}$$

(d)  $\vec{AM}$  et  $\vec{OA'}$  colinéaires donc  $(AM) \parallel (OA')$  c'est à dire  $(AM) \parallel (AH)$ .

donc  $(AM)$  et  $(AH)$  sont confondues, ce qui prouve que  $M \in (AH)$ .

(e) On montre de même que  $M \in (BH)$ , et comme  $(AH)$  et  $(BH)$  se coupent en  $H$ , on en déduit que  $M = H$ .

$$\text{(f)} \quad \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OG} + \vec{GA} + \vec{OG} + \vec{GB} + \vec{OG} + \vec{GC} = 3\vec{OG} + \underbrace{\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}}_{\vec{0}}$$

$$\text{(g)} \quad \vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$$

$$\text{et comme } H = M, \quad \vec{OH} = 3\vec{OG}.$$