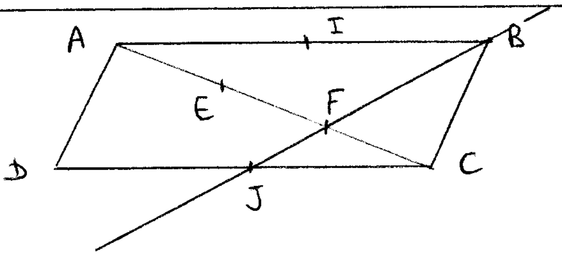
Maths 1S Devoir 6 : Corrigé

1)



2) a) Dans le repère $(A\,;\vec{AB}\,;\vec{AD})$:

$A(0;0)$; $B(1;0)$; $D(0;1)$ et $C(1;1)$.

2b). • $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ donc $\vec{AE} = \frac{1}{3}(\vec{AB}+\vec{AD})$ car $\vec{AC} = \vec{AB}+\vec{AD}$ (règle du parallélogramme)

Donc $\vec{AE} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$ d'où $E\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

• $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ car I milieu de [AB], donc $I\left(\frac{1}{2};0\right)$

• $\vec{AJ} = \vec{AD} + \vec{DJ} = \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{DC}$ car J milieu de [CD]. Or $\vec{DC} = \vec{AB}$ car ABCD parallélogramme. Donc $\vec{AJ} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD}$ d'où $J\left(\frac{1}{2};1\right)$

3) $\vec{IE}\begin{pmatrix} 1/3 - 1/2 \\ 1/3 - 0 \end{pmatrix}$ soit $\vec{IE}\begin{pmatrix} -1/6 \\ 1/3 \end{pmatrix}$. $\vec{ED}\begin{pmatrix} 0 - \frac{1}{2} \\ 1 - 0 \end{pmatrix}$ soit $\vec{ED}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

Condition de colinéarité sur $\vec{IE}$ et $\vec{ED}$:

$-\frac{1}{6}\times 1 - \frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0$. Donc $\vec{IE}$ et $\vec{ED}$ sont colinéaires et donc I, E et D sont alignés.

4) a) $M(x;y) \in (BJ) \iff \vec{BM}$ et $\vec{BJ}$ sont colinéaires or $\vec{BM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{BJ}\begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\iff x - 1 + \frac{1}{2}y = 0$

Donc (BJ) a pour équation cartésienne $2x + y - 2 = 0$

b) Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ dirige (BJ). Le vecteur $\vec{ID}\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$ dirige (ID).

or $\vec{u}$ et $\vec{ID}$ sont colinéaires $(\vec{u} = -2\,\vec{ID})$.

Donc $(BJ) \parallel (ID)$.

5) Même méthode qu'au 4a). On trouve : (AC) : $x - y = 0$

6) a) Notons $F(x;y)$ les coordonnées de F.

Comme $F \in (BJ)$, alors $2x + y - 2 = 0$

Comme $F \in (AC)$, alors $x - y = 0$

On cherche donc (x,y) tels que $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y - 2 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y \\ 2x + x - 2 = 0 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} x = y \\ 3x = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} \iff x = y = \frac{2}{3}$ Donc $F\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

b) $\frac{x_E + x_C}{2} = \frac{\frac{1}{3}+1}{2} = \frac{4/3}{2} = \frac{2}{3} = x_F$

$\frac{y_E + y_C}{2} = \frac{1/3 + 1}{2} = \frac{2}{3} = y_F$

On en déduit que F est bien le milieu de [EC]