

► EXERCICE 1

COÛT TOTAL ET BÉNÉFICE

▷ 1.

a. Comme l'entreprise fabrique au plus 40 pièces par jour, $D_C = [0 ; 40]$.

b. Les coûts fixes correspondent à une production nulle, c'est à dire $x = 0$.
 $C(0) = 2 \times 0^2 - 60 \times 0 + 500 = 500$. **Les coûts fixes s'élèvent donc à 500 €.**

▷ 2. On cherche x tel que $C(x) = 850$.

On résout cette équation :

$$2x^2 - 60x + 500 = 850$$

$$2x^2 - 60x - 350 = 0$$

On calcule le discriminant du trinôme $2x^2 - 60x - 350$: $\Delta = 6\,400$. Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions distinctes : $x_1 = -5$ et $x_2 = 35$. Comme $x_1 \notin D_C$, on en déduit que $\mathcal{S} = \{35\}$.**Il faut donc produire 35 pièces par jour pour obtenir un coût de fabrication de 850 €.**

▷ 3.

a. Soit $R(x)$ la recette pour x pièces : $R(x) = 10x$.On a alors : $B(x) = R(x) - C(x) = 10x - (2x^2 - 60x + 500) = -2x^2 + 70x - 500$.b. On calcule le discriminant du trinôme $-2x^2 + 70x - 500$: $\Delta = 900$. Comme $\Delta > 0$, le trinôme B admet deux racines distinctes : $x_1 = 25$ et $x_2 = 10$. D'où le tableau de signe de $B(x)$:

x	0	10	25	40		
signe de $B(x)$		-	0	+	0	-

On en déduit que **l'entreprise est bénéficiaire pour une production comprise entre 10 et 25 pièces par jour.**

c. Première méthode :

on met $B(x)$ sous forme canonique : $B(x) = -2(x - 17,5)^2 + 112,5$. Comme x est ici un nombre entier, et que $B(17) = B(18)$ (par symétrie de la parabole représentant B par rapport à la droite d'équation $x = 17,5$), on en déduit que le bénéfice est maximal pour une production de 17 ou 18 pièces par jour. Ce bénéfice maximal vaut alors 112 €.

Première méthode :

On sait que $B(x)$ est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.Or $a < 0$, donc B est maximal pour $x = \frac{-b}{2a} = 17,5$. On conclut alors comme ci-avant.

► EXERCICE 2

LA VITESSE DU VENT

Une solution (il y en a d'autres !) :

Soit x la vitesse du vent ce jour-là, t_A le temps mis à l'aller et t_R le temps mis au retour.Par hypothèse et avec l'indication donnée : $t_A = \frac{308}{150+x}$ et $t_R = \frac{308}{150-x}$.Par ailleurs, l'énoncé précise que $t_R = t_A + 0,5$ car l'avion a mis une demi-heure de plus au retour qu'à l'aller.

On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{308}{150-x} &= \frac{308}{150+x} + 0,5 \\ \frac{308}{150-x} &= \frac{308 + 75 + 0,5x}{150+x} \\ 308(150+x) &= (150-x)(383 + 0,5x) \\ 46\,200 + 308x &= 57\,450 + 75x - 383x - 0,5x^2 \\ 0,5x^2 + 616x - 11\,250 &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

On calcule le discriminant du trinôme $0,5x^2 + 616x - 11\,250$: $\Delta = 401\,956$. Le trinôme admet donc 2 racines : $x_1 = -1\,250$ et $x_2 = 18$.Comme x ne peut être négatif (c'est une vitesse !), on en déduit que **le vent soufflait ce jour-là à 18 km/h.**