## ► EXERCICE 1 — COÛT TOTAL ET BÉNÉFICE

▷ **1.**

*a.* Comme l'entreprise fabrique au plus 40 pièces par jour, $D_C = [0\ ;\ 40]$.

*b.* Les coûts fixes correspondent à une production nulle, c'est à dire $x = 0$.
$C(0) = 2 \times 0^2 - 60 \times 0 + 500 = 500$. **Les coûts fixes s'élèvent donc à 500 €.**

▷ **2.** On cherche $x$ tel que $C(x) = 850$.
On résout cette équation :
$2x^2 - 60x + 500 = 850$
$2x^2 - 60x - 350 = 0$
On calcule le discriminant du trinôme $2x^2 - 60x - 350$ :
$\Delta = 6\,400$. Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions distinctes :
$x_1 = -5$ et $x_2 = 35$. Comme $x_1 \notin D_C$, on en déduit que $\mathscr{S} = \{35\}$.
**Il faut donc produire 35 pièces par jour pour obtenir un coût de fabrication de 850 €.**

▷ **3.**

*a.* Soit $R(x)$ la recette pour $x$ pièces : $R(x) = 10x$.
On a alors : $B(x) = R(x) - C(x) = 10x - (2x^2 - 60x + 500) = -2x^2 + 70x - 500$.

*b.* On calcule le discriminant du trinôme $-2x^2 + 70x - 500$ :
$\Delta = 900$. Comme $\Delta > 0$, le trinôme B admet deux racines distinctes :
$x_1 = 25$ et $x_2 = 10$. D'où le tableau de signe de $B(x)$ :

| $x$ | 0 | | 10 | | 25 | | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $B(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

On en déduit que **l'entreprise est bénéficiaire pour une production comprise entre 10 et 25 pièces par jour**.

*c.* Première méthode :
on met $B(x)$ sous forme canonique : $B(x) = -2(x - 17,5)^2 + 112,5$. Comme $x$ est ici un nombre entier, et que $B(17) = B(18) =$ (par symétrie de la parabole représentant B par rapport à la droite d'équation $x = 17,5$), on en déduit que le bénéfice est maximal pour une production de 17 ou 18 pièces par jour. Ce bénéfice maximal vaut alors 112 €.
Première méthode :
On sait que $B(x)$ est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.
Or $a < 0$, donc B est maximal pour $x = \dfrac{-b}{2a} = 17,5$. On conclut alors comme ci-avant.

## ► EXERCICE 2 — LA VITESSE DU VENT

Une solution (il y en a d'autres !) :
Soit $x$ la vitesse du vent ce jour-là, $t_A$ le temps mis à l'aller et $t_R$ le temps mis au retour.
Par hypothèse et avec l'indication donnée : $t_A = \dfrac{308}{150 + x}$ et $t_R = \dfrac{308}{150 - x}$.
Par ailleurs, l'énoncé précise que $t_R = t_A + 0,5$ car l'avion a mis une demi-heure de plus au retour qu'à l'aller.
On a donc :

$$\begin{aligned}
\frac{308}{150 - x} &= \frac{308}{150 + x} + 0,5 \\
\frac{308}{150 - x} &= \frac{308 + 75 + 0,5x}{150 + x} \\
308(150 + x) &= (150 - x)(383 + 0,5x) \\
46\,200 + 308x &= 57\,450 + 75x - 383x - 0,5x^2 \\
0,5x^2 + 616x - 11\,250 &= 0
\end{aligned} \tag{1}$$

On calcule le discriminant du trinôme $0,5x^2 + 616x - 11\,250$ :
$\Delta = 401\,956$. Le trinôme admet donc 2 racines : $x_1 = -1\,250$ et $x_2 = 18$.
Comme $x$ ne peut être négatif (c'est une vitesse !), on en déduit que **le vent soufflait ce jour-là à 18 km/h**.