

Exercice 1

1) Pour tout $m \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n \times 0,98$ puisque chaque année, la consommation diminue de 2% et que diminuer de 2% revient à multiplier par 0,98. (u_n) est donc une suite géométrique de raison 0,98 et de terme initial $u_0 = 31$.

2) On en déduit que pour tout entier m : $u_m = 31 \times 0,98^m$.

3) $2025 = 2007 + 18$. En 2025 on peut estimer la consommation mondiale de pétrole à 21,5 milliards de barils.
 $u_{18} = 31 \times 0,98^{18}$
 $u_{18} \approx 21,5$ 4) $u_0 + u_1 + \dots + u_{18} = 31 + 31 \times 0,98 + \dots + 31 \times 0,98^{18} = 31(1 + 0,98 + 0,98^2 + \dots + 0,98^{18}) = 31 \times \frac{1 - 0,98^{19}}{1 - 0,98} \approx 494$

5) $S_m = u_0 + u_1 + \dots + u_m = u_0 + u_0 \times 0,98 + \dots + u_0 \times 0,98^m$
 $S_m = u_0(1 + 0,98 + \dots + 0,98^m) = u_0 \times \frac{1 - 0,98^{m+1}}{1 - 0,98} \approx 494$

$$S_m = 1550(1 - 0,98^{m+1})$$

On cherche m tel que

$$S_m > 1238$$

$$1550(1 - 0,98^{m+1}) > 1238$$

$$1 - 0,98^{m+1} > \frac{1238}{1550}$$

$$-0,98^{m+1} > \frac{-312}{1550}$$

$$0,98^{m+1} < \frac{312}{1550}$$

$$\frac{312}{1550} \approx 0,201$$

• Avec la calculatrice, on dresse un tableau de valeurs:

x	$y = 0,98^x + 1$
0	0,98
1	1
2	1,02
3	1,06
4	1,10
5	1,14
6	1,18
7	1,22
8	1,26
9	1,30
10	1,34
11	1,38
12	1,42
13	1,46
14	1,50
15	1,54
16	1,58
17	1,62
18	1,66
19	1,70
20	1,74
21	1,78
22	1,82
23	1,86
24	1,90
25	1,94
26	1,98
27	2,02
28	2,06
29	2,10
30	2,14
31	2,18
32	2,22
33	2,26
34	2,30
35	2,34
36	2,38
37	2,42
38	2,46
39	2,50
40	2,54
41	2,58
42	2,62
43	2,66
44	2,70
45	2,74
46	2,78
47	2,82
48	2,86
49	2,90
50	2,94
51	2,98
52	3,02
53	3,06
54	3,10
55	3,14
56	3,18
57	3,22
58	3,26
59	3,30
60	3,34
61	3,38
62	3,42
63	3,46
64	3,50
65	3,54
66	3,58
67	3,62
68	3,66
69	3,70
70	3,74
71	3,78
72	3,82
73	3,86
74	3,90
75	3,94
76	3,98
77	4,02
78	4,06
79	4,10
80	4,14
81	4,18
82	4,22
83	4,26
84	4,30
85	4,34
86	4,38
87	4,42
88	4,46
89	4,50
90	4,54
91	4,58
92	4,62
93	4,66
94	4,70
95	4,74
96	4,78
97	4,82
98	4,86
99	4,90
100	4,94
101	4,98
102	5,02
103	5,06
104	5,10
105	5,14
106	5,18
107	5,22
108	5,26
109	5,30
110	5,34
111	5,38
112	5,42
113	5,46
114	5,50
115	5,54
116	5,58
117	5,62
118	5,66
119	5,70
120	5,74
121	5,78
122	5,82
123	5,86
124	5,90
125	5,94
126	5,98
127	6,02
128	6,06
129	6,10
130	6,14
131	6,18
132	6,22
133	6,26
134	6,30
135	6,34
136	6,38
137	6,42
138	6,46
139	6,50
140	6,54
141	6,58
142	6,62
143	6,66
144	6,70
145	6,74
146	6,78
147	6,82
148	6,86
149	6,90
150	6,94
151	6,98
152	7,02
153	7,06
154	7,10
155	7,14
156	7,18
157	7,22
158	7,26
159	7,30
160	7,34
161	7,38
162	7,42
163	7,46
164	7,50
165	7,54
166	7,58
167	7,62
168	7,66
169	7,70
170	7,74
171	7,78
172	7,82
173	7,86
174	7,90
175	7,94
176	7,98
177	8,02
178	8,06
179	8,10
180	8,14
181	8,18
182	8,22
183	8,26
184	8,30
185	8,34
186	8,38
187	8,42
188	8,46
189	8,50
190	8,54
191	8,58
192	8,62
193	8,66
194	8,70
195	8,74
196	8,78
197	8,82
198	8,86
199	8,90
200	8,94
201	8,98
202	9,02
203	9,06
204	9,10
205	9,14
206	9,18
207	9,22
208	9,26
209	9,30
210	9,34
211	9,38
212	9,42
213	9,46
214	9,50
215	9,54
216	9,58
217	9,62
218	9,66
219	9,70
220	9,74
221	9,78
222	9,82
223	9,86
224	9,90
225	9,94
226	9,98
227	10,02
228	10,06
229	10,10
230	10,14
231	10,18
232	10,22
233	10,26
234	10,30
235	10,34
236	10,38
237	10,42
238	10,46
239	10,50
240	10,54
241	10,58
242	10,62
243	10,66
244	10,70
245	10,74
246	10,78
247	10,82
248	10,86
249	10,90
250	10,94
251	10,98
252	11,02
253	11,06
254	11,10
255	11,14
256	11,18
257	11,22
258	11,26
259	11,30
260	11,34
261	11,38
262	11,42
263	11,46
264	11,50
265	11,54
266	11,58
267	11,62
268	11,66
269	11,70
270	11,74
271	11,78
272	11,82
273	11,86
274	11,90
275	11,94
276	11,98
277	12,02
278	12,06
279	12,10
280	12,14
281	12,18
282	12,22
283	12,26
284	12,30
285	12,34
286	12,38
287	12,42
288	12,46
289	12,50
290	12,54
291	12,58
292	12,62
293	12,66
294	12,70
295	12,74
296	12,78
297	12,82
298	12,86
299	12,90
300	12,94
301	12,98
302	13,02
303	13,06
304	13,10
305	13,14
306	13,18
307	13,22
308	13,26
309	13,30
310	13,34
311	13,38
312	13,42
313	13,46
314	13,50
315	13,54
316	13,58
317	13,62
318	13,66
319	13,70
320	13,74
321	13,78
322	13,82
323	13,86
324	13,90
325	13,94
326	13,98
327	14,02
328	14,06
329	14,10
330	14,14
331	14,18
332	14,22
333	14,26
334	14,30
335	14,34
336	14,38
337	14,42
338	14,46
339	14,50
340	14,54
341	14,58
342	14,62
343	14,66
344	14,70
345	14,74
346	14,78
347	14,82
348	14,86
349	14,90
350	14,94
351	14,98
352	15,02
353	15,06
354	15,10
355	15,14
356	15,18
357	15,22
358	15,26
359	15,30
360	15,34
361	15,38
362	15,42
363	15,46
364	15,50
365	15,54
366	15,58
367	15,62
368	15,66
369	15,70
370	15,74
371	15,78
372	15,82
373	15,86
374	15,90
375	15,94
376	15,98
377	16,02
378	16,06
379	16,10
380	16,14
381	16,18
382	16,22
383	16,26
384	16,30
385	16,34
386	16,38
387	16,42
388	16,46
389	16,50
390	16,54
391	16,58
392	16,62
393	16,66
394	16,70
395	16,74
396	16,78
397	16,82
398	16,86
399	16,90
400	16,94
401	16,98
402	17,02
403	17,06
404	17,10
405	17,14
406	17,18
407	17,22
408	17,26
409	17,30
410	17,34
411	17,38
412	17,42
413	17,46
414	17,50
415	17,54
416	17,58
417	17,62
418	17,66
419	17,70
420	17,74
421	17,78
422	17,82
423	17,86
424	17,90
425	17,94
426	17,98
427	18,02
428	18,06
429	18,10
430	18,14
431	18,18
432	18,22
433	18,26
434	18,30
435	18,34
436	18,38
437	18,42
438	18,46
439	18,50
440	18,54
441	18,58
442	18,62
443	18,66
444	18,70
445	18,74
446	18,78
447	18,82
448	18,86
449	18,90
450	18,94
451	18,98
452	19,02
453	19,06
454	19,10
455	19,14
456	19,18
457	19,22
458	19,26
459	19,30
460	19,34
461	19,38
462	19,42
463	19,46
464	19,50
465	19,54
466	19,58
467	19,62
468	19,66
469	19,70
470	19,74
471	19,78
472	19

Exercice 2

- 1) Avec 2 points, on construit 1 droite : (AB)
Avec 3 points, on en construit 3 : (AB) , (AC) et (BC)
Avec 4 points A, B, C et D :
• (3) droites passent par A : $\begin{matrix} (AB) \\ (AC) \\ (AD) \end{matrix}$
• 3 passent par B mais (BA) est déjà compté donc il en reste (2) : (BC) et (BD)
• 3 passent par C mais (AC) et (BC) sont déjà comptés, donc il en reste (1) : (CD)
• les 3 droites passant par D ont été comptées.
- cela fait donc
 $3 + 2 + 1 = 6$ droites

- Avec n points :
- $(n-1)$ passent par le 1^{er} sommet
 - $(n-1) - 1 = n-2$ pour le 2^e sommet
↓
déjà compté avant
 - $(n-1) - 2 = n-3$ pour le 3^e sommet
↓
déjà comptés avant
 - etc.

cela fait donc $(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 2 + 1$ droite.

Avec 10 points : $9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = \frac{9 \times 10}{2} = 45$
On peut donc tracer 45 droites.

2) On cherche n tel que $1 + 2 + \dots + (n-1) = 170$

$$\frac{(n-1) \times n}{2} = 170$$

$$n(n-1) - 340 = 0$$

$$n^2 - n - 340 = 0$$

$\Delta = 1361$ On trouve $n_1 \approx -17,94$ et $n_2 \approx 18,95$ Or on cherche n entier positif, donc il est impossible de tracer ainsi 170 droites.