

Devoir Mathématiques N° 2 (1h)

0 Nom et prénom : *Master*

1 1,5 point

Ecrire à l'aide d'intervalles les ensembles de réels x vérifiant les inégalités suivantes.

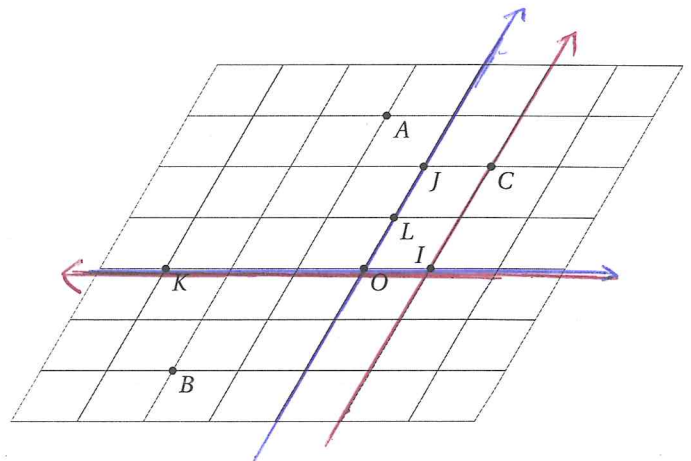
Inégalité	Intervalle
$x < -2;$	$I =]-\infty; -2[$
$1 < x \leq 3;$	$I =]1; 3]$
$x \geq -2;$	$I = [-2; +\infty[$
$-6 < x \leq -2$ ou $x \geq 2;$	$I =]-6; -2] \cup [2; +\infty[$
$-3 \leq x \leq 5$ ou $x > 4;$	$I = [-3; +\infty[$
$-3 < x \leq 5$ et $x < 1;$	$I =]-3; 1[$

2 1,5 point

On considère la figure ci-contre.

- Déterminer les coordonnées de A, B et C dans le repère (O, I, J) : vous complétez :
On a $A(-1; \frac{3}{2}); B(-2; -1); C(1; 1)$;
- Déterminer les coordonnées de A, B et C dans le repère (I, K, L) : vous complétez :
On a $A(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}); B(\frac{3}{4}; -1); C(0; 1)$;
- Les points O, I, K forment-ils un repère du plan ? (justifiez)

O, I, K alignés \Rightarrow ils ne forment pas un repère du plan.



3 1,5 point

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3}{7x + 2}$$

$$g(x) = \sqrt{x + 7}$$

$$h(x) = 2x^2 + 3 + \sqrt{x}$$

4 3 points

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 4$.

- Quelle est l'image de 1 par f ?
- Quelle est l'image de -2 par f ?
- Déterminer le ou les antécédents de 8 par f .
- Déterminer le ou les antécédents de -5 par f .

5 2 points

Résoudre dans \mathbb{R} : $(x + 3)^2 = 4$.

6 1,5 point

On considère l'algorithme ci-dessous :

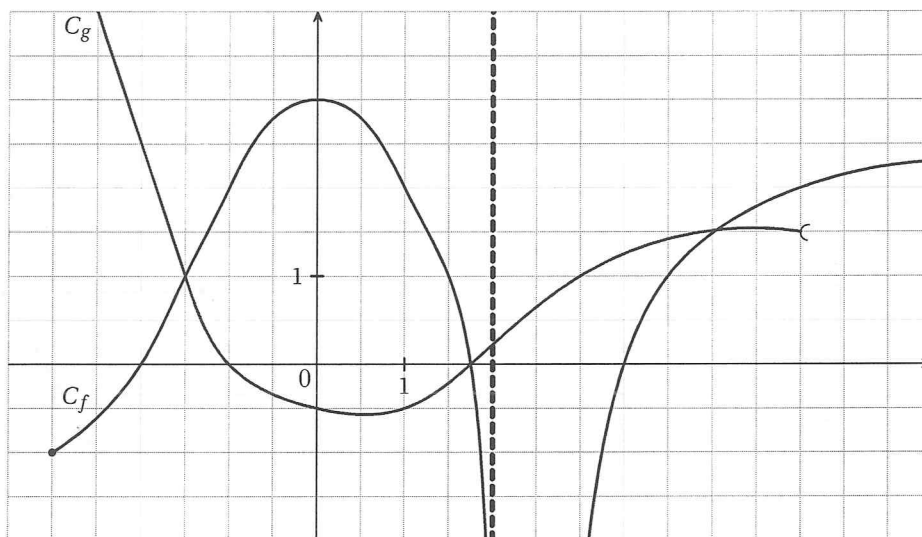
Algorithme 2: Calcul d'image	
1	Variables
2	x est un réel;
3	y est un réel;
4	début
5	Lire : x ;
6	$y \leftarrow x + 3$;
7	si $y < 0$ alors
8	$y \leftarrow -y$;
9	fin
10	$y \leftarrow y - 2$;
11	Afficher : y ;
12	fin

Déterminer la valeur de y affichée par l'algorithme lorsque l'utilisateur choisit (répondre sur le sujet) :

- a. $x = 5$ alors $y = 6$ | b. $x = -3$ alors $y = -2$ | c. $x = -5$ alors $y = 0$

7 9 points

Les courbes représentatives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g de deux fonctions f et g sont données ci-dessous :



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par la figure.

- Déterminer les ensembles de définition \mathcal{D}_f et \mathcal{D}_g de f et g .
- Déterminer les images par f de -2 ; -1 ; 0 ; 1 et 3 .
- Déterminer les images par g de -1 ; 0 ; 1 ; 3 et -2 .
- Déterminer les antécédents de 1 par f . Vous justifierez votre réponse par une phrase.
- Déterminer les antécédents de 1 par g .
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 2$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 0$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) = g(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 1$.

III ① $f(x) = \frac{3}{7x+2}$;

$7x+2=0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{7}$ d'où $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{7}\}$

② $g(x) = \sqrt{x+7}$

$x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -7$ d'où $D_g = [-7; +\infty[$

③ $h(x) = 2x^2 + 3 + \sqrt{x}$.

$x \geq 0$ d'où $D_h = \mathbb{R}_+$.

IV ① $f(x) = 3x^2 - 4$.

① $f(1) = 3 - 4 = -1$

② $f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 4 = 8$

③ x antécédent de 8 par f si $f(x) = 8$
 $\Leftrightarrow 3x^2 - 4 = 8$
 $\Leftrightarrow 3x^2 = 12$
 $\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$

Les antécédents de 8 sont 2 et -2.

④ x antécédent de -5 $\Leftrightarrow f(x) = -5$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 4 = -5$

$\Leftrightarrow 3x^2 = -1$ et ceci est impossible.

-5 n'a pas d'antécédent par f .

V ① $(x+3)^2 = 4 \Leftrightarrow x+3 = 2$ ou $x+3 = -2$

$\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = -5$.

$S = \{-1; -5\}$

⑦ ① On lit graphiquement:

$$D_f = [-3; 2[\cup]2; +\infty[\quad \text{et} \quad D_g =]-\infty; 5,5[$$

② $f(-2) = 0$; $f(-1) = 2$; $f(0) = 3$; $f(1) = 2$; $f(3) = -2,5$

③ $g(-1) = 0$; $g(0) = -0,5$; $g(1) = -0,5$; $g(3) = 1$; $g(-2) = -2,5$

④ Les antécédents de 1 par f sont les abscisses des points de f ayant pour ordonnée 1.

On lit $S = \{-1,5; 1,5; 4\}$

⑤ on lit $S = \{-1,5; 3\}$

⑥ $f(x) \geq 2$ $S = [-1; 1]$

⑦ $g(x) \geq 0$ $S =]-\infty; -1] \cup [1,75; 5,5[$

⑧ $f(x) = g(x)$ $S = \{-1,5; 1,75; 4,5\}$

⑨ $f(x) \leq 1$ $S = [-3; -1,5] \cup [1,5; 2[\cup]2; 4]$

Devoir Mathématiques N° 2 (1h)

0 Nom et prénom : *Master*

1 1,5 point

Ecrire à l'aide d'intervalles les ensembles de réels x vérifiant les inégalités suivantes.

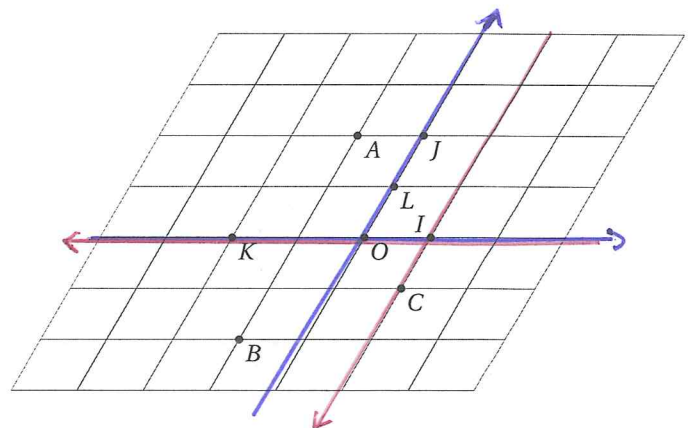
Inégalité	Intervalle
$1 < x \leq 3;$	$I =]-1; 3]$
$x < 8;$	$I =]-\infty; 8[$
$x \geq -6;$	$I = [-6; +\infty[$
$-1 \leq x \leq 7$ ou $x > 4;$	$I = [-1; +\infty[$
$-6 < x \leq -2$ ou $x \geq 2;$	$I =]-6; -2] \cup [2; +\infty[$
$-3 < x \leq 7$ et $x < 0;$	$I =]-3; 7] \cap]-\infty; 0[=]-3; 0]$

2 1,5 point

On considère la figure ci-contre.

- Déterminer les coordonnées de A , B et C dans le repère (O, I, J) : vous complétez :
On a $A(-1; 1)$; $B(-1; -1)$; $C(1; -\frac{1}{2})$;
- Déterminer les coordonnées de A , B et C dans le repère (I, K, C) : vous complétez :
On a $A(\frac{2}{3}; -2)$; $B(\frac{2}{3}; 2)$; $C(0; 1)$;
- Les points O, I, K forment-ils un repère du plan? (justifiez)

O, I, K alignés donc ils ne forment pas un repère du plan.



3 1,5 point

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3}{3x-2}$$

$$g(x) = \sqrt{2-3x}$$

$$h(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$$

4 3 points

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 4$.

- Quelle est l'image de 3 par f ?
- Quelle est l'image de -2 par f ?
- Déterminer le ou les antécédents de 6 par f .
- Déterminer le ou les antécédents de 2 par f .

5 2 points

Résoudre dans \mathbb{R} : $(x+1)^2 = 4$.

6 1,5 point

On considère l'algorithme ci-dessous :

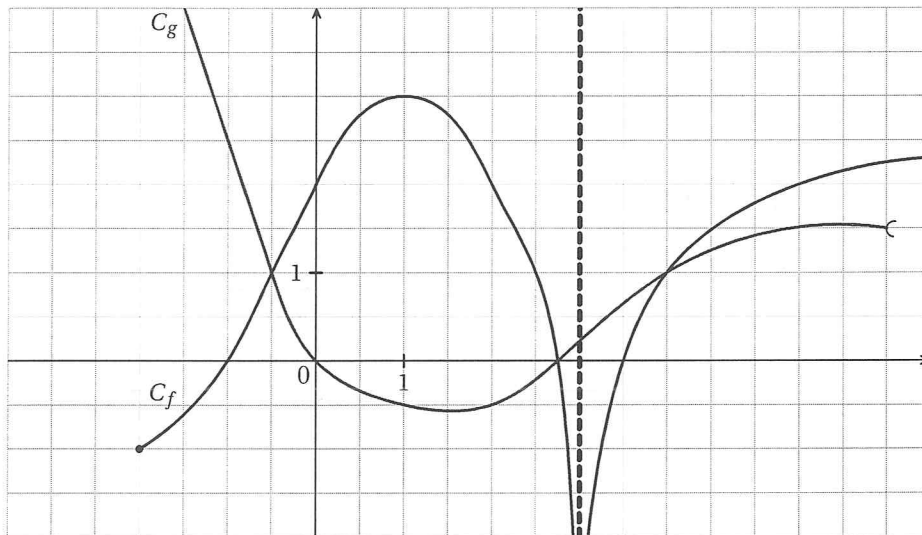
Algorithme 1: Calcul d'image	
1	Variables
2	x est un réel;
3	y est un réel;
4	début
5	Lire : x ;
6	$y \leftarrow x - 3$;
7	si $y < 0$ alors
8	$y \leftarrow -y$;
9	fin
10	$y \leftarrow y - 2$;
11	Afficher : y ;
12	fin

Déterminer la valeur de y affichée par l'algorithme lorsque l'utilisateur choisit (répondre sur le sujet) :

- a. $x = 5$ alors $y = 0$ | b. $x = 3$ alors $y = -2$ | c. $x = 2$ alors $y = -1$

7 9 points

Les courbes représentatives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g de deux fonctions f et g sont données ci-dessous :



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par la figure.

- Déterminer les ensembles de définition \mathcal{D}_f et \mathcal{D}_g de f et g .
- Déterminer les images par f de -2 ; -1 ; 0 ; 1 et 2 .
- Déterminer les images par g de -1 ; 0 ; 1 ; 3 et 4 .
- Déterminer les antécédents de 1 par f . Vous justifierez votre réponse par une phrase.
- Déterminer les antécédents de 1 par g .
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 2$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 0$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) = g(x)$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 1$.

III ① $f(x) = \frac{3}{3x-2}$

$$3x-2=0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

② $g(x) = \sqrt{2-3x}$

$$2-3x \geq 0 \Leftrightarrow 3x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

donc

$$D_f =]-\infty; \frac{2}{3}]$$

③ $h(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$; $D_h = \mathbb{R}_+$

IV $f(x) = 2x^2 + 4$

① $f(3) = 2 \times 3^2 + 4 = 22$

② $f(-2) = 2 \times (-2)^2 + 4 = 12$

③ x antécédent de 6 $\Leftrightarrow f(x) = 6$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4 = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -1$$

Les antécédents de 6 sont 1 et -1

④ x antécédent de 2 $\Leftrightarrow f(x) = 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 4 = 2$$

2 n'admet pas d'antécédent $\Leftrightarrow 2x^2 = -2$ et c'est impossible

V $(x+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x+1 = 2 \text{ ou } x+1 = -2$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -3; S = \{1; -3\}$$

VI On lit par lecture graphique

① $D_f = [-2; +\infty[\setminus \{3\}$; $D_g =]-\infty; 6,5[$

② $f(-2) = -1$; $f(-1) = 0$; $f(0) = 2$; $f(1) = 3$; $f(2) = 2$

③ $g(-1) = 2,5$; $g(0) = 0$; $g(1) = -0,5$; $g(3) = 0,25$; $g(4) = 1$

18

④ Les antécédents de 1 sont les abscisses des points d'intersection de la droite d'équation $y=1$ et de la courbe f on lit $S = \{-0,5; 2,5; 4\}$

⑤ ~~x~~ antécédent de 1 par g si $x = -0,5$ ou $x = 4$

⑥ $f(x) \geq 2$; $S = [0; 2]$

⑦ $g(x) \geq 0$; $S =]-\infty; 0] \cup [2,75; 6,5[$

⑧ $f(x) = g(x)$; $S = \{-0,5; 2,75; 4\}$

⑨ $f(x) \leq 1$; $S = [-2; -0,5] \cup [2,5; 3[\cup]3; 4]$.