Terminales $S_{1-4-5-6}$ DS n °4 lundi 16 décembre 2013

Durée 2h - Calculatrice autorisée.

Exercice n°1 **3 pts**

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{si } x<-2\\ 0{,}5x^2+1 & \text{si } -2\leq x<2\\ 3x-3 & \text{si } 2\leq x\end{cases}$.

1. Étudier la continuité de *f* sur $\mathbb{R}$.
2. Représenter graphiquement la fonction *f* sur l'intervalle $[-4;5]$ dans le repère donné en ***annexe 1***.

Exercice n°2 **2 pts**

Dans chaque cas, calculer la dérivée de la fonction *f* sur l'intervalle I.

a) $f(x)=(1-3x)^5$; $I=\mathbb{R}$.

b) $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$; $I=]-1;1[$.

Exercice n°3 **10 pts**

1. Soit *g* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=2x^3+x^2-1$.

   a) Etudier les variations de la fonction *g* sur $\mathbb{R}$.

   b) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution *a* sur $\mathbb{R}$. Donner un encadrement de *a* à 0,1 près.

   c) Déterminer le signe de *g* sur $\mathbb{R}$.

2. Soit *f* la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par :

   $f(x)=\dfrac{1}{3}\left(x^2+x+\dfrac{1}{x}\right)$.

   a) Démontrer que pour tout réel *x* non nul, le signe de $f'(x)$ est le même que le signe de $g(x)$.

   b) Etudier le sens de variation de *f* et ses limites en 0 , $+\infty$ et $-\infty$.

   c) Démontrer que : $f(a)=\dfrac{a}{6}+\dfrac{1}{2a}$.

   d) En déduire, en utilisant l'encadrement trouvé pour *a*, un encadrement pour $f(a)$.

3. On désigne par C_f la représentation graphique de la fonction *f*.

   On appelle I le point de C_f d'abscisse -1 et J le point de C_f d'abscisse 1.

   a) Vérifier que la droite (IJ) est la tangente à C_f en J.

   b) Déterminer une équation de la tangente D à C_f en I.

   c) En utilisant tous les résultats précédents, construire la courbe C_f dans le repère donné en ***annexe 2***.

Exercice n°4 **5 pts**

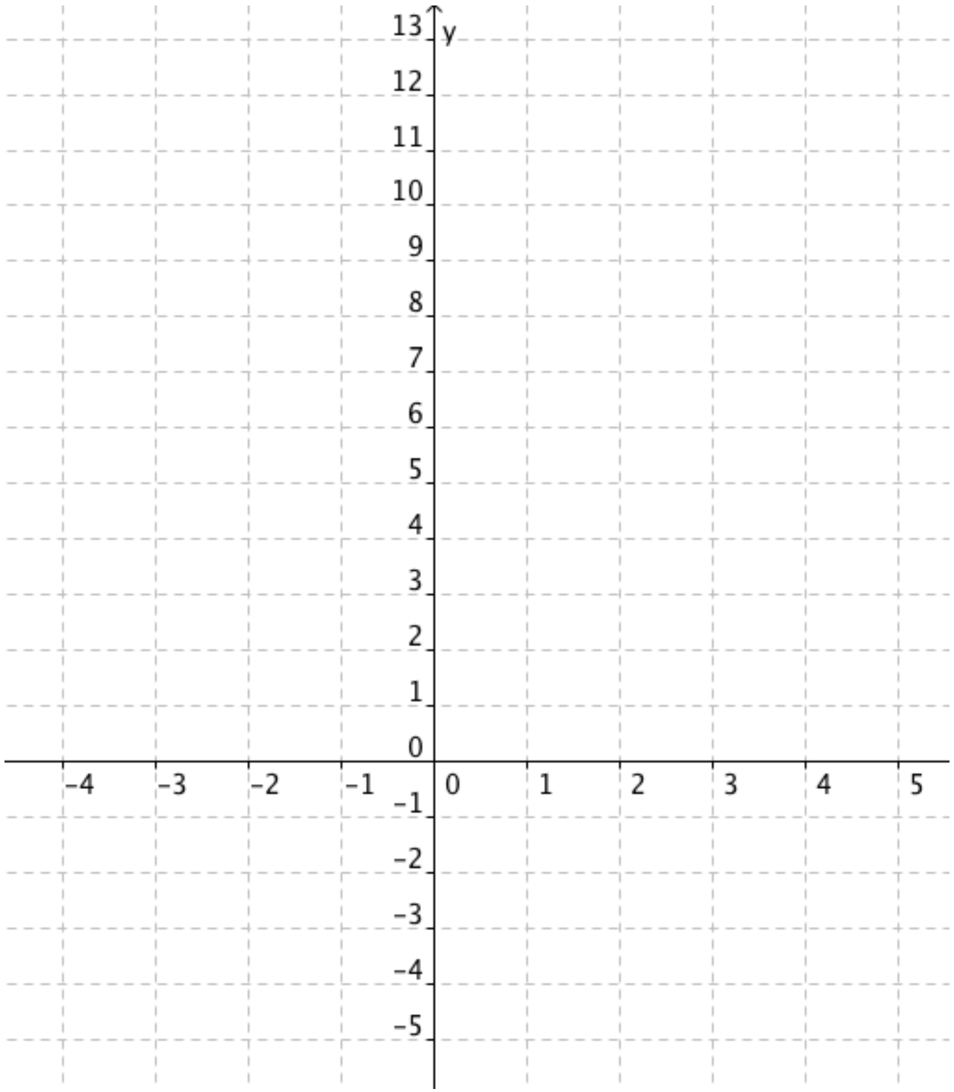
L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit Δ la droite passant par $A(1;-2;-1)$ et $B(3;-5;-2)$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de Δ.
2. On note Δ' la droite ayant pour représentation paramétrique :
   $\begin{cases}x=2-k\\ y=1+2k\\ z=k\end{cases}$, $k\in\mathbb{R}$.
   Montrer que les droites Δ et Δ' ne sont pas coplanaires.
3. On considère les points $C(-1;-4;1)$, $D(1;3;-2)$ et $E(-2;5;0)$.
   a) Démontrer que les points C, D et E définissent un plan P.
   b) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont coplanaires.
   c) Que peut-on en déduire pour la droite Δ et le plan P ?

Nom : ………………… Prénom : …………………..

Annexe 1 : Courbe de l’exercice 1.



Annexe 2 : Courbe de l’exercice 3.