

Devoir commun de Seconde en mathématiques
Vendredi 06 avril 2012

Durée : 2 heures. Calculatrice autorisée. Barème sur 22 points. (2 points sont comptés en bonus)

Exercice 1

(10 pts)

Les parties II et III sont indépendantes.

Partie I

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - 12x + 32$.

1. Compléter le tableau de valeurs sur la feuille annexe.
2. Déterminer le(s) antécédent(s) de 32 par f .
3. Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère (O; I, J) du plan. Le point S(1,7 ; 17,4) appartient-il à (C)?
4. Tracer (C) sur $[0 ; 4]$ dans le repère donné en annexe.
5. a) Par lecture graphique, quel semble être le minimum de f sur $[0 ; 4]$? Pour quelle valeur de x est-il atteint?
b) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = 2(x - 3)^2 + 14$.
c) A l'aide de cette expression, et en expliquant bien la démarche, démontrer la conjecture faite au a).
6. a) Résoudre graphiquement dans $[0 ; 4]$ l'inéquation $f(x) > 16$.
b) Vérifier que : $x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1$. En déduire une factorisation de $x^2 - 6x + 8$, puis l'étude de son signe.
c) A l'aide du résultat précédent, résoudre algébriquement, dans $[0 ; 4]$, l'inéquation $f(x) > 16$.

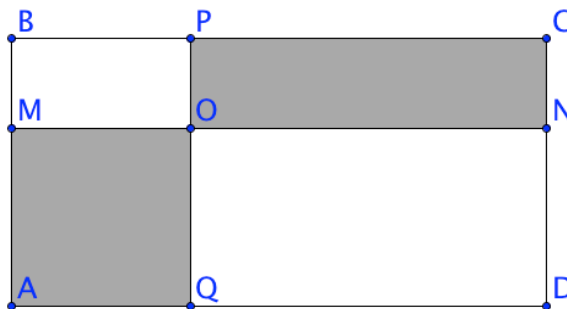
Partie II:

Soit la fonction affine g définie sur \mathbb{R} par: $g(x) = -4x + 26$.

1. Quel est le sens de variation de g ? Justifier votre réponse.
2. Sur le graphique précédent, construire la courbe représentative de g sur $[0 ; 4]$
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) > g(x)$ par une méthode graphique.

Partie III:

ABCD est un rectangle tel que $AB = 4$ cm et $BC = 8$ cm (voir figure). M est un point mobile sur le segment $[AB]$. AMOQ est un carré. On pose $x = AM = AQ$ (en cm). On note s la fonction qui, à x , associe l'aire correspondante (en cm^2) du domaine coloré (c'est-à-dire le carré AMOQ et le rectangle ONCP).



1. Combien vaut $s(1)$ (c'est-à-dire l'aire colorée correspondant à $x = 1$)?
2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction s ?
3. a) Exprimer les longueurs PC et CN en fonction de x .
b) En déduire que $s(x) = f(x)$, où f est la fonction étudiée dans la partie I.
4. En utilisant les résultats de la partie I:
a) Par lecture graphique, indiquer pour quelles valeurs de x l'aire de la zone colorée semble être 15 cm^2 .
A l'aide de la calculatrice, donner des valeurs approchées à 10^{-2} près de ces valeurs.
b) Pour quelle valeur de x l'aire est-elle minimale? Quelle est alors la valeur de l'aire minimale?
c) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de la partie colorée est-elle strictement supérieure à la moitié de l'aire du rectangle ABCD?

Exercice 2*(4 pts)*

1. La série suivante rassemble les notes obtenues à un contrôle commun de la classe de 2^{nde}A :

| | | | | | | | |
|-----------|---|---|----|----|----|----|----|
| Notes | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 | 14 | 17 |
| Effectifs | 3 | 4 | 10 | 6 | 8 | 1 | 2 |

- a) Compléter le tableau 1 donné en annexe.
 b) Calculer la moyenne de cette série, sa médiane M_e , ses quartiles Q_1 et Q_3 , son étendue. On justifiera les calculs et on donnera les résultats arrondis à 0,1 près.
2. Le professeur de la classe de 2^{nde}B a donné les résultats obtenus par sa classe, pour ce même devoir commun, sous la forme du tableau ci-dessous :

| | | | | | |
|------------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| Notes | [0 ; 5[| [5 ; 8[| [8 ; 10[| [10 ; 14[| [14 ; 20] |
| fréquences | 0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,3 |

- a) Compléter le tableau 2 donné en annexe par les fréquences cumulées croissantes (f.c.c.).
 b) Construire sur votre copie le polygone des fréquences cumulées croissantes et lire graphiquement la médiane M'_e , les quartiles Q'_1 et Q'_3 . Laisser visibles les traits de « lecture ».
 c) Calculer la moyenne de cette série en donnant la formule du cours.
3. Comparer les niveaux des 2 classes.

Exercice 3*(6 pts)*

Soit (O, I, J) un repère orthonomé du plan. On fera une figure que l'on complètera au fur et à mesure.
 Soit les points $A(-3; -1)$, $B(1; -2)$, $C(0; -7)$ et $D(-4; -6)$.

- Démontrer que ABCD est un parallélogramme.
- Déterminer les coordonnées de E, le symétrique de D par rapport à C.
- Montrer que le point $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{2}\right)$ est le milieu de [AE].
- Déterminer une équation de la droite (AC).
- Le point $F(-1; -5)$ appartient-il à la droite (AC) ?
- Montrer que les points D, F et M sont alignés. Que représente F pour le triangle ADE ?
- Le triangle ADE est-il rectangle ?

Exercice 4*(2 pts)*

Une population de coccinelles augmente de 3 % tous les ans. On a pu compter 3 000 coccinelles en 2010.
 Mme Algo, la chef coccinelle, propose cet algorithme :

| |
|---|
| <p><u>Initialisation</u> :</p> <p>N prend la valeur 0 S prend la valeur 3000</p> <p><u>Traitement</u> :</p> <p>Tant que S < 6000 faire N prend la valeur N + 1 S prend la valeur 1,03S Afficher S</p> <p>Fin tant que</p> <p><u>Sortie</u> :</p> <p>Afficher N</p> |
|---|

- Que détermine cet algorithme ?
- Faire tourner cet algorithme « à la main » avec 4 passages dans la boucle et remplir le tableau donné en annexe. (Les valeurs de S seront arrondies à l'unité.)
- Programmer cet algorithme sur votre calculatrice et donner la valeur de N affichée en exécutant le programme.
 Conclure.

Annexe (à rendre avec la copie)

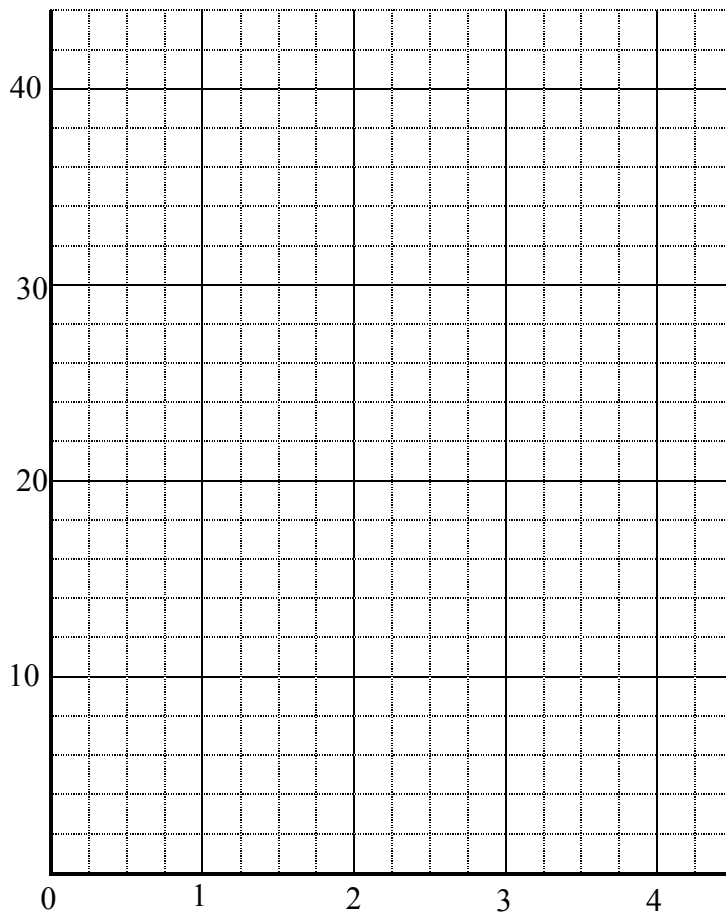
Nom :

Prénom :

Exercice 1 :

1.

| | | | | | | | | | |
|--------|---|------|---|-----|----|-----|---|-----|----|
| x | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 |
| $f(x)$ | | 26,5 | | | 16 | | | | 16 |



Anonymer, en collant le rabat, et reporter le n° de classe.

Exercice 2 :

Tableau 1 : Classe de 2^{nde} A

| | | | | | | | |
|------------------------------|---|---|----|----|----|----|----|
| Notes | 7 | 9 | 10 | 11 | 13 | 14 | 17 |
| Effectifs | 3 | 4 | 10 | 6 | 8 | 1 | 2 |
| Effectifs cumulés croissants | | | | | | | |

Tableau 2 : Classe de 2^{nde} B

| | | | | | |
|------------|---------|---------|----------|-----------|-----------|
| Notes | [0 ; 5[| [5 ; 8[| [8 ; 10[| [10 ; 14[| [14 ; 20] |
| Fréquences | 0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,3 |
| f.c.c. | | | | | |
| | | | | | |

Exercice 3 :

2.

| | | | | | |
|---|------|---|---|---|---|
| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| S | 3000 | | | | |