corrigé contrôle commun

Exercice 1 :

1.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	32	26,5	22	18.5	16	14.5	14	14.5	16

2. $f(x) = 32 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 32 = 32$
$f(x) = 32 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x = 0$
$f(x) = 32 \Leftrightarrow 2x(x - 6) = 0$
$f(x) = 32 \Leftrightarrow 2x = 0$ ou $x - 6 = 0$
$f(x) = 32 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 6$
les antécédents de 32 par *f* sont 0 et 6.

3. $f(1.7) = 17.38$ donc **le point S(1,7 ; 17,4) n'appartient pas à (C).**

5. a) Par lecture graphique, le minimum de f sur [0 ; 4] semble être 14 atteint en 3
b) pour tout réel x, $2(x - 3)^2 + 14 = 2(x^2 - 6x + 9) + 14$
$2(x - 3)^2 + 14 = 2x^2 - 12x + 18 + 14$
donc $\boxed{f(x) = 2(x-3)^2 + 14}$
c) pour tout réel x, $2(x - 3)^2 \geq 0$, $2(x - 3)^2 + 14 \geq 14$.
donc pour tout réel x, $f(x) \geq 14$ et $f(3) = 14$ donc **le minimum de *f* sur [0 ; 4] est 14 atteint en 3.**

6. a) On trace la droite d'équation y = 16.. Les solutions sur [0 ; 4] de l'inéquation $f(x) > 16$ sont les abscisses des points de (C) situés strictement au-dessus de la droite soit l'ensemble solution **: [0 ; 2[**
b) $(x - 3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 9 - 1$ donc $x^2 - 6x + 8 = (x-3)^2 - 1$. Donc $x^2 - 6x + 8 = (x - 3 - 1)(x - 3 + 1)$,
$\boxed{x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2)}$
D'où l'étude de son signe :
valeurs utiles : $x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ et $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$x - 4$		-		-	0	+	
$x - 2$		-	0	+		+	
$x^2 - 6x + 8$		+	0	-	0	+	

c) $f(x) > 16 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 32 > 16$
$f(x) > 16 \Leftrightarrow 2(x^2 - 6x + 8) > 0$ donc d'après le tableau précédent on retrouve l'ensemble solution **: [0 ; 2[**

Partie II:

Soit la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par: $g(x) = -4x + 26$.

1. Le coefficient de g, - 4 est négatif donc g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
2. g est représenté par la droite passant par (0;26) et de coefficient directeur - 4.
3. Les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les abscisses des points de (C) situés strictement au-dessus de la droite représentant g. **Soit l'ensemble solution $]-\infty ; 1[\cup]3 ; +\infty[$.**

Partie III:

1. $s(1) = 1\times1 + 3 \times 7$ donc **s(1) = 22**.
2. x = AM , M $\in$ [AB] et AB = 4 cm donc s est définie sur [0 ; 4]
3. a) **PC = 8 - x et CN = 4 - x**
b) Donc $s(x) = x^2 + (8 - x)(4 - x)$ donc $s(x) = x^2 + 32 - 8x - 4x + x^2$ **donc $s(x) = f(x)$.**
4. En utilisant les résultats de la partie I:
a) **L'aire de la zone colorée semble être 15 cm^2, pour $x \approx 2{,}3$ et $x \approx 3.7$**
A l'aide de la calculatrice, on obtient environ 2.29 et 3.71.
b) D'après la partie I, l'aire est minimale pour $x = 3$ et la valeur de l'aire minimale est alors de 14 cm²
c) L'aire de la partie colorée est strictement supérieure à la moitié de l'aire du rectangle ABCD lorsque $s(x) > 16$ donc d'après la partie I pour **x appartenant à [0 ; 2[.**

Exercice 2 :

Tableau 1 : Classe de 2^{nde} A

Notes	7	9	10	11	13	14	17
Effectifs	3	4	10	6	8	1	2
Effectifs cumulés croissants	3	7	17	23	31	32	34

a) $\text{moyenne} = \dfrac{3\times7 + 4\times9 + 10\times10 + 6\times11 + 8\times13 + 1\times14 + 2\times17}{34}$

moyenne ≈ 11

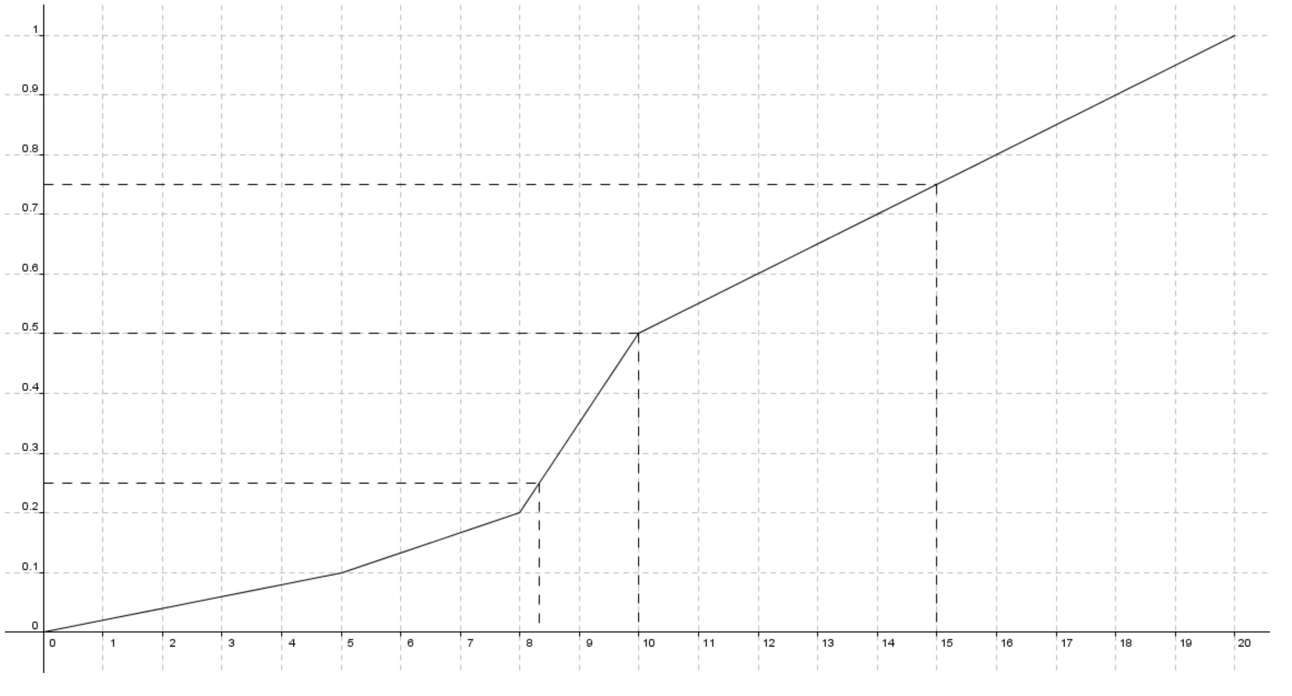
$\dfrac{34}{2} = 17$ donc la médiane M_e est la moyenne entre la 17ème et la 18ème valeur soit : $\dfrac{10+11}{2} =$ **10,5**,

$\dfrac{34}{4} = 8{,}5$ donc le premier quartile Q_1 est la 9ème valeur **soit 7** et et $3\times\dfrac{34}{4} = 25{,}5$ donc Q_3 est la 26ème valeur **soit 13**, son étendue est la différence entre les valeurs extrêmes **soit 17 - 7 = 10.**

Tableau 2 : Classe de 2^{nde} B

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 8[	[8 ;10[	[10 ; 14[	[14 ; 20]
Fréquences	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3
f.c.c.	0,1	0,2	0,5	0,7	1
Centre des classes	2,5	6,5	9	12	17

b)

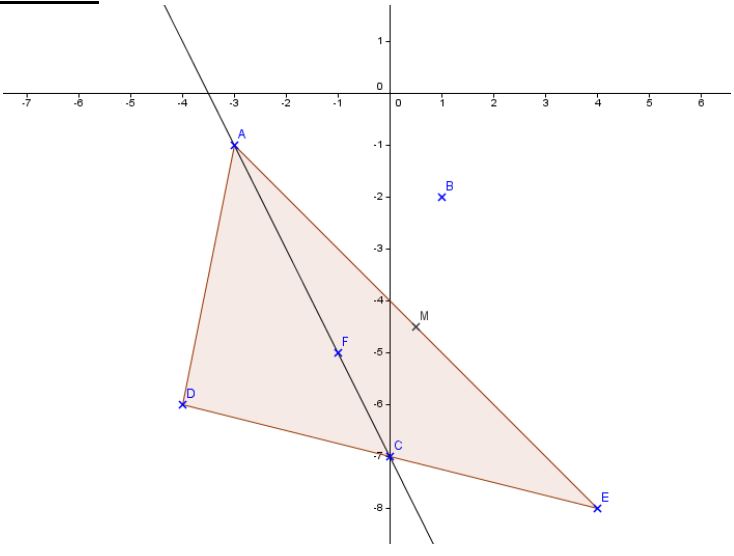


La médiane est l'abscisse du point d'ordonnée 0,5 soit **10.**
Le premier quartile est l'abscisse du point d'ordonnée 0,25 soit **environ 8,3.**
Le troisième quartile est l'abscisse su point d'ordonnée 0,75 soit **15.**

c) moyenne = $2{,}5\times0{,}1 + 6{,}5\times0{,}1 + 9\times0{,}3 + 12\times0{,}2 + 17\times0{,}3$
moyenne = 11,1

3. Les deux classes ont la même moyenne mais l'écart interquartile est plus important pour la 2nde B. La 2nde B est donc plus hétérogène que la 2nde A

Exercice 3



1. $\overrightarrow{AB}(1+3;-2+1)$ soit $\overrightarrow{AB}(4\ ;-1)$ et $\overrightarrow{DC}(0+4;-7+6)$ donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. Donc ABCD est un parallélogramme.
2. E est le symétrique de D par rapport à C donc C est le milieu de [DE] donc $0=\dfrac{-4+x_E}{2}$ et $-7=\dfrac{-6+y_E}{2}$
   donc **$x_E=4$ et $y_E=-8$**.
3. Le milieu de $[AE]$ a pour coordonnées $\dfrac{-3+4}{2}=\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{-1-8}{2}=-\dfrac{9}{2}$.
   Donc le point $M\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$ est le milieu de $[AE]$.
4. $x_A \neq x_C$ donc une équation de la droite (AC) est de la forme $y=mx+p$ avec $p=-7$ et $m=\dfrac{-7+1}{3}=-2$.
   Donc **une équation de la droite (AC) est $y=-2x-7$.**
5. Pour $x=-1$, $y=2-7=-5$ donc $F(-1;-5)$ appartient à la droite (AC).
6. $\overrightarrow{DF}(3\ ;1)$ et $\overrightarrow{DM}(\frac{9}{2}\ ;\frac{3}{2})$ donc $\overrightarrow{DM}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{DF}$. Donc $\overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires. **Donc les points D, F et M sont alignés.**
   M est le milieu de [AE] donc (DM) est une médiane de ADE. De plus C est le milieu de [DE] donc (AC) est une deuxième médiane de ADE. Donc **leur intersection F est le centre de gravité de ADE**.
7. $AD^2=(-4+3)^2+(-6+1)^2$ $\quad AE^2=(4+3)^2+(-8+1)^2$ $\quad DE^2=(4+4)^2+(-8+6)^2$
   $AD^2=26$ $\quad AE^2=98$ $\quad DE^2=68$
   $AD^2+DE^2=94$ donc $AD^2+DE^2\neq AE^2$ donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore **le triangle ADE n'est pas rectangle.**

Exercice 4 :

1. Cet algorithme détermine le nombre d'années pour que la population de coccinelles double (ou dépasse 6000) .
2.

N	0	1	2	3	4
S	3000	3090	3183	3278	3377

3. La valeur de N affichée est 24
Il faut donc **24 années pour que la population de coccinelles double.**