## Exercice 1 — *4 pts*

**a)** Dans le triangle ABC, I est le milieu de $[HB]$ et J est le milieu de $[HA]$, donc la droite (IJ) est parallèle à (AB).

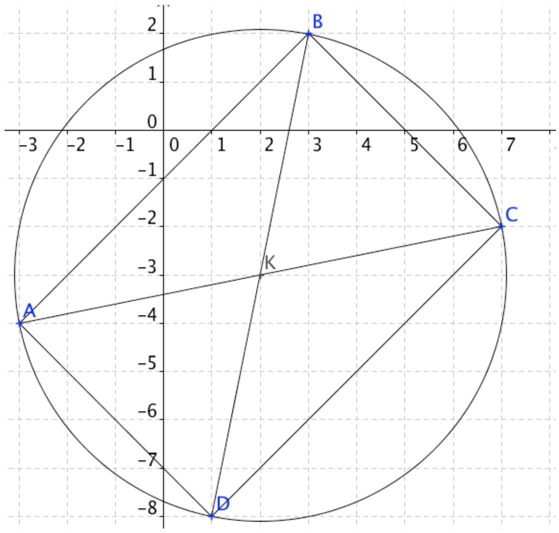
$\left.\begin{array}{l}(IJ)//(AB)\\(AB)\perp(AC)\end{array}\right\}$ donc $\boxed{(IJ)\perp(AC)}$. (2 pts)

**b)** Les droites (AH) et (IJ) sont deux hauteurs du triangle AIC, donc leur point d'intersection J est l'orthocentre du triangle AIC. (1 pt)

**c)** (CJ) est la 3ème hauteur du triangle AIC, donc par définition : $(CJ)\perp(AI)$. (1 pt)

## Exercice 2 — *5,5 pts*

**1.** Figure




*(1 pt : figure complète)*

**2.**

Soit K le milieu de $[AC]$

$K\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$

$K\left(\dfrac{-3+7}{2};\dfrac{-4-2}{2}\right)$

$\boxed{K(2;-3)}$

Soit K′ le milieu de $[BD]$

$K'\left(\dfrac{3+1}{2};\dfrac{2-8}{2}\right)$

$\boxed{K'(2;-3)}$

K et K' sont confondus donc $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu. *(1,5 pt)*

**3.**

$$AC^2=\left(x_C-x_A\right)^2+\left(y_C-y_A\right)^2 \qquad BD^2=\left(1-3\right)^2+\left(-8-2\right)^2$$
$$AC^2=\left(7+3\right)^2+\left(-2+4\right)^2 \qquad BD^2=\left(-2\right)^2+\left(-10\right)^2$$
$$AC^2=10^2+2^2=104 \qquad BD^2=4+100=104$$
$$\boxed{AC=\sqrt{104}} \qquad \boxed{BD=\sqrt{104}}$$

donc $\boxed{AC=BD}$. *(1,5 pt)*

**4.** Le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu , donc c'est un parallélogramme, de plus les diagonales ont la même longueur donc <u>ABCD est un rectangle</u>. *(0,75 pt)*

**5.**

$$KA=KB=KC=KD=\frac{\sqrt{104}}{2}=\sqrt{26}$$ *(0,75 pt)*

Le cercle circonscrit à ABCD a pour <u>rayon $\sqrt{26}$</u>.

## Exercice 3 *4 pts*

**1.** D'après le théorème de Thalès appliqué aux triangles AOB et OKL avec (AB)//(KL), on a :

$$\frac{OA}{OL}=\frac{OB}{OK}=\frac{AB}{KL}\ ,$$

en particulier : $\dfrac{OA}{OL}=\dfrac{OB}{OK}$ donc $\dfrac{20}{OL}=\dfrac{15}{13}$ donc $OL=\dfrac{13\times 20}{15}=\dfrac{13\times 4\times 5}{3\times 5}=\boxed{\dfrac{52}{3}}$ *(2 pts)*

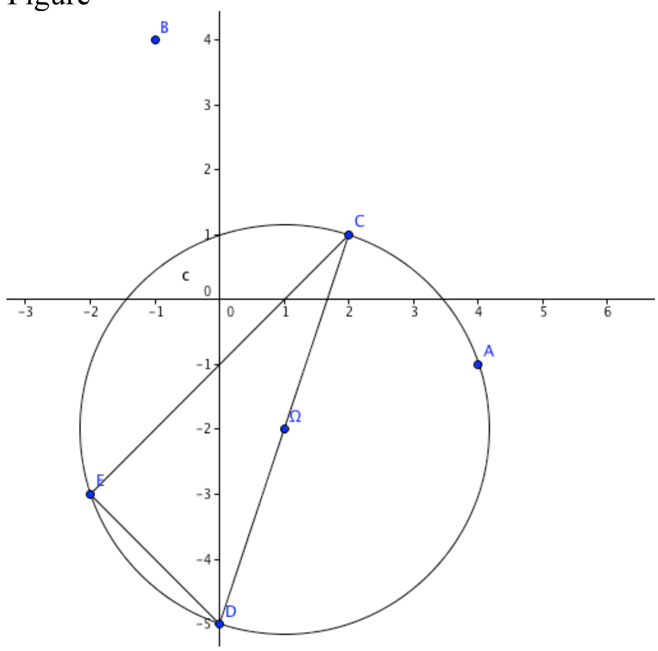
**2.** Les points B, O, C sont alignés et les points A, O, D sont alignés dans le même ordre.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{OB}{OC}=\dfrac{15}{13+8}=\dfrac{15}{21}=\dfrac{5}{7}\\[2ex]\dfrac{OA}{OD}=\dfrac{20}{28}=\dfrac{5}{7}\end{array}\right\}\ \frac{OB}{OC}=\frac{OA}{OD}$$

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, <u>les droites ($AB$) et ($CD$) sont parallèles</u>. *(2 pts)*

## Exercice 4 *6,5 pts*

**1.** Figure




(1 pt)

**2.**

$\Omega A^2 = (4-1)^2 + (-1+2)^2$

$\Omega A^2 = 3^2 + 1^2$

$\Omega A^2 = 9+1$

$\Omega A = \sqrt{10}$

donc $\boxed{A \in \mathscr{C}}$

$\Omega B^2 = (-1-1)^2 + (4+2)^2$

$\Omega B^2 = (-2)^2 + 6^2$

$\Omega B^2 = 4+36$

$\Omega B^2 = 40$

$\Omega B = \sqrt{40}$

donc $\boxed{B \notin \mathscr{C}}$

$\Omega C^2 = (2-1)^2 + (1+2)^2$

$\Omega C^2 = 1^2 + 3^2$

$\Omega C^2 = 10$

$\Omega C = \sqrt{10}$

donc $\boxed{C \in \mathscr{C}}$

$\Omega D^2 = (0-1)^2 + (-5+2)^2$

$\Omega D^2 = 1 + (-3)^2$

$\Omega D^2 = 1+9$

$\Omega D = \sqrt{10}$

donc $\boxed{D \in \mathscr{C}}$

$\Omega E^2 = (-2-1)^2 + (-3+2)^2$

$\Omega E^2 = (-3) + (-1)^2$

$\Omega E^2 = 9+1$

$\Omega E^2 = 10$

$\Omega E = \sqrt{10}$

donc $\boxed{\mathrm{E} \in \mathscr{C}}$

(2,5 pts)

**3.** a) $\dfrac{x_C + x_D}{2} = \dfrac{2+0}{2} = 1 = x_\Omega$ et $\dfrac{y_C + y_D}{2} = \dfrac{1-5}{2} = -2 = y_\Omega$

donc $\Omega$ est le milieu de $[CD]$.

E est sur le cercle de diamètre $[CD]$ donc <u>le triangle ECD est rectangle en E</u>. (1,5 pt)

b) Dans le triangle ECD rectangle en E,

$\cos \widehat{ECD} = \dfrac{CE}{CD}$

or $CE = \sqrt{(-2-2)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = \sqrt{32}$

$CD = 2\Omega C = 2\sqrt{10}$

(1,5 pt)

$\cos \widehat{ECD} = \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{\sqrt{32}}{2\sqrt{10}}$ d'après la calculatrice, $\boxed{\widehat{ECD} \approx 26{,}6°}$