

Durée 2h ; Calculatrice autorisée

Exercice n°1

Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel :
 les ingénieurs ; les opérateurs de production; les agents de maintenance.

Il y a 8 % d'ingénieurs et 82 % d'opérateurs de production.

Les femmes représentent 50 % des ingénieurs, 25 % des agents de maintenance et 60 % des opérateurs de production.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Dans cette partie, on interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.

On note :

- M l'évènement : « le personnel interrogé est un agent de maintenance » ;
- O l'évènement : « le personnel interrogé est un opérateur de production » ;
- I l'évènement : « le personnel interrogé est un ingénieur » ;
- F l'évènement : « le personnel interrogé est une femme ».

1. Construire un arbre pondéré correspondant aux données.

2. Calculer la probabilité d'interroger :

- a) un agent de maintenance ;
- b) une femme agent de maintenance ;
- c) une femme.

Partie B

Le service de maintenance effectue l'entretien des machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prévue ; des études ont montré que sur une journée :

- la probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,002 ;
- la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est égale à 0,003 ;
- la probabilité qu'une panne se produise est égale à 0,04.

On note :

- A l'évènement : l'alarme se déclenche ;
- B l'évènement : une panne se produit ;

1. Démontrer que la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,037.

2. Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.

3. Calculer la probabilité qu'il y ait une panne sachant que l'alarme se déclenche.

Exercice 2 :

L'algorithme ci-dessous permet de calculer le terme de rang n ($n \geq 1$) d'une suite (u_n) .

Variables :
 n, i : entiers
 u : réel
Début :
 Entrer n
 u prend la valeur 1
 Pour i allant de 1 à n Faire
 u prend la valeur $\sqrt{3u+1}$
 FinPour
 Afficher u
Fin.

1. Donner u_0 .
2. Donner la relation de récurrence liant u_{n+1} et u_n pour tout entier naturel n .
3. En utilisant cet algorithme, conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) .
4. Démontrer cette conjecture par récurrence.

Exercice 3 :

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = \frac{1}{2}$ et la relation : $u_{n+1} = \frac{3 u_n}{1 + 2 u_n}$

- 1) a) Calculer u_1, u_2 .
b) La suite (u_n) est-elle géométrique ? La suite (u_n) est-elle arithmétique ?
- 2) Soit f la fonction définie sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ par $f(x) = \frac{3x}{1+2x}$.

Placer u_0, u_1, u_2, u_3, u_4 , sur l'axe des abscisses du graphique joint en annexe, sur lequel est tracé la courbe représentative de f . Aucune justification n'est demandée mais on laissera les traits de construction.

- 3) Etudier les variations de f sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$.
- 4) Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n , $0 < u_n < 1$.
- 5) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
- 6) On pose : pour tout n de \mathbb{N} , $v_n = \frac{u_n}{1 - u_n}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.

b) Donner une expression de v_n en fonction de n .

c) En déduire une expression de u_n en fonction de n .

