Tale S 1- 4 - 5 - 6 Devoir surveillé n°1 de mathématiques du 23 septembre 2013

Durée 2h ; Calculatrice autorisée

Exercice n°1

Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel :

les ingénieurs ; les opérateurs de production; les agents de maintenance.

Il y a 8 % d'ingénieurs et 82 % d'opérateurs de production.
Les femmes représentent 50 % des ingénieurs, 25 % des agents de maintenance et 60 % des opérateurs de production.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Dans cette partie, on interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.
On note:

- M l'évènement : « le personnel interrogé est un agent de maintenance » ;
- O l'évènement : « le personnel interrogé est un opérateur de production »;
- I l'évènement : « le personnel interrogé est un ingénieur »;
- F l'évènement : « le personnel interrogé est une femme ».

1. Construire un arbre pondéré correspondant aux données.
2. Calculer la probabilité d'interroger:
 a) un agent de maintenance ;
 b) une femme agent de maintenance ;
 c) une femme.

Partie B

Le service de maintenance effectue l'entretien des machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prévue ; des études ont montré que sur une journée :

- la probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,002 ;
- la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est égale à 0,003 ;
- la probabilité qu'une panne se produise est égale à 0,04.

On note :

- A l'évènement : l'alarme se déclenche ;
- B l'évènement : une panne se produit ;

1. Démontrer que la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,037.

2. Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.

3. Calculer la probabilité qu'il y ait une panne sachant que l'alarme se déclenche.

Exercice 2 :

L'algorithme ci-dessous permet de calculer le terme de rang n $(n \geq 1)$ d'une suite (u_n).

```
Variables :
  n, i : entiers
  u : réel
Début :
    Entrer n
    u prend la valeur 1
    Pour i allant de 1 à n Faire
        u prend la valeur √(3u+1)
    FinPour
Afficher u
Fin.
```

1. Donner u_0.
2. Donner la relation de récurrence liant u_{n+1} et u_n pour tout entier naturel n.
3. En utilisant cet algorithme, conjecturer le sens de variation de la suite (u_n).
4. Démontrer cette conjecture par récurrence.

Exercice 3 :

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et la relation : $u_{n+1} = \dfrac{3\,u_n}{1 + 2\,u_n}$

1) **a)** Calculer u_1, u_2.

b) La suite (u_n) est-elle géométrique ? La suite (u_n) est-elle arithmétique ?

2) Soit f la fonction définie sur $]-\dfrac{1}{2}\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3x}{1+2x}$.

Placer u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, sur l'axe des abscisses du graphique joint en annexe, sur lequel est tracé la courbe représentative de f. Aucune justification n'est demandée mais on laissera les traits de construction.

3) Etudier les variations de f sur $]-\dfrac{1}{2}\,;+\infty[$.

4) Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n, $0 < u_n < 1$.

5) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.

6) On pose : pour tout n de $\mathbb{N}$, $v_n = \dfrac{u_n}{1 - u_n}$.

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.

b) Donner une expression de v_n en fonction de n.

c) En déduire une expression de u_n en fonction de n.