

Calcul littéral et identités remarquables

Les trois **identités remarquables** accélèrent développements et factorisations.

Théorème — identités remarquables

Pour tous nombres a et b :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Exemple

$$(3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4 ; (x-5)^2 = x^2 - 10x + 25 ; (2x+7)(2x-7) = 4x^2 - 49.$$

Méthode — factoriser

- Facteur commun : $x^2 - 3x = x(x-3)$.
- Différence de deux carrés : $x^2 - 16 = (x+4)(x-4)$; $9x^2 - 25 = (3x+5)(3x-5)$.
- Carré parfait : $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$.

Méthode — calcul mental

$$101^2 = (100+1)^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201 ; 53 \times 47 = (50+3)(50-3) = 2500 - 9 = 2491$$

Méthode — démontrer avec le calcul littéral

« La somme de deux entiers impairs est paire » : $(2n+1) + (2p+1) = 2(n+p+1)$, qui est pair.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Quelles sont les trois identités remarquables ?

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ et } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Comment factoriser avec une identité remarquable ?

$$\text{On reconnaît la forme développée : } x^2 - 9 = (x+3)(x-3) ; x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2.$$

Comment développer $(2x+3)^2$?

$$\text{Avec } (a+b)^2 : (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9.$$

À quoi servent les identités remarquables ?

À développer rapidement, à factoriser pour résoudre des équations produit nul, et à faire du calcul mental comme $101^2 = 10\,000 + 200 + 1$.