

Trigonométrie

Sur le **cercle trigonométrique**, le point associé au réel x a pour coordonnées $(\cos x; \sin x)$.

Définition — radian

Le **radian** est la mesure de l'angle interceptant un arc de longueur égale au rayon.
 $\pi \text{ rad} = 180^\circ$. Conversion : $\text{rad} = \text{deg} \times \frac{\pi}{180}$.

Définition — cosinus et sinus d'un réel

Dans un repère orthonormé, on enroule la droite des réels sur le cercle trigonométrique (centre O , rayon 1). Au réel x correspond un point M ; $\cos x$ est l'abscisse de M , $\sin x$ son ordonnée. D'où $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $-1 \leq \cos x, \sin x \leq 1$.

Propriété — valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Propriété — angles associés

$\cos(-x) = \cos x$, $\sin(-x) = -\sin x$; $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$;
 $\cos(\pi + x) = -\cos x$, $\sin(\pi + x) = -\sin x$; $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.
 Périodicité : $\cos(x + 2\pi) = \cos x$.

Méthode — résoudre $\cos x = a$

$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). $\sin x = a : x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment convertir des degrés en radians ?

On multiplie par $\frac{\pi}{180}$: $180[?][?] = \pi \text{ rad}$, $90[?][?] = \frac{\pi}{2}$, $60[?][?] = \frac{\pi}{3}$, $45[?][?] = \frac{\pi}{4}$, $30[?][?] = \frac{\pi}{6}$.

Comment lire cosinus et sinus sur le cercle trigonométrique ?

Le point associé à x a pour coordonnées $(\cos x; \sin x)$: le cosinus se lit sur l'axe horizontal, le sinus sur l'axe vertical.

Comment résoudre $\cos x = a$?

Si $a \in [-1;1]$, on trouve une solution α , et les solutions sont $x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$.
Pour $\sin x = a$: $x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$.

Quelles sont les formules de $\cos(-x)$, $\cos(\pi - x)$ et $\cos(\pi/2 - x)$?

$\cos(-x) = \cos x$, $\sin(-x) = -\sin x$; $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$;
 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.