

Vecteurs

Un vecteur est défini par une **direction**, un **sens** et une **norme** ; deux vecteurs colinéaires ont un **déterminant nul**.

Définition — vecteur

$\overrightarrow{AB}$ est associé à la translation qui envoie A sur B . $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme (éventuellement aplati). $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Théorème — relation de Chasles

Pour tous points A, B, C : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Propriété — coordonnées

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$: $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$. Norme :

$|\overrightarrow{AB}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ (repère orthonormé). Milieu I de $[AB]$: $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$.

Propriété — opérations

$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$ et $k\vec{u} = \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

Définition — colinéarité, déterminant

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** s'il existe k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$ (ou l'un est nul).

$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y$.

$\vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ colin[?][?]aires} \Leftrightarrow xy' - x'y = 0$.

Méthode — applications

$(AB) \parallel (CD) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires. A, B, C alignés $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment calculer les coordonnées d'un vecteur ?

$\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A; y_B - y_A)$: on soustrait les coordonnées de l'origine à celles de l'extrémité.

Qu'est-ce que la relation de Chasles ?

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$: on enchaîne deux déplacements. Elle sert à simplifier des sommes de

vecteurs.

Comment montrer que deux vecteurs sont colinéaires ?

$\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont colinéaires si $xy' - x'y = 0$. Cela permet de prouver un parallélisme ou un alignement.

Comment calculer la norme d'un vecteur ?

Dans un repère orthonormé, $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$. C'est la longueur AB si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.