Vecteurs

Un vecteur est défini par une **direction**, un **sens** et une **norme** ; deux vecteurs colinéaires ont un **déterminant nul**.

Définition — vecteur

$\overrightarrow{AB}$ est associé à la translation qui envoie A sur B. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme (éventuellement aplati). $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$.

Théorème — relation de Chasles

Pour tous points A, B, C : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

Propriété — coordonnées

Si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$. Norme : $\left|\overrightarrow{AB}\right|=AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ (repère orthonormé). Milieu I de $[AB]$: $\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Propriété — opérations

$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$ et $k\vec{u}=\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$.

Définition — colinéarité, déterminant

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** s'il existe k tel que $\vec{v}=k\vec{u}$ (ou l'un est nul).
$\det(\vec{u},\vec{v})=xy'-x'y$.

$$\vec{u}\text{et}\vec{v}\text{colin[?][?]aires}\Leftrightarrow xy'-x'y=0.$$

Méthode — applications

$(AB)\parallel(CD)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires. A, B, C alignés $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment calculer les coordonnées d'un vecteur ?

$\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B-x_A;y_B-y_A)$: on soustrait les coordonnées de l'origine à celles de l'extrémité.

Qu'est-ce que la relation de Chasles ?

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$: on enchaîne deux déplacements. Elle sert à simplifier des sommes de

vecteurs.

Comment montrer que deux vecteurs sont colinéaires ?

$\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont colinéaires si $xy'-x'y=0$. Cela permet de prouver un parallélisme ou un alignement.

Comment calculer la norme d'un vecteur ?

Dans un repère orthonormé, $|\vec{u}|=\sqrt{x^2+y^2}$. C'est la longueur AB si $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$.