Trigonométrie

Sur le **cercle trigonométrique**, le point associé au réel x a pour coordonnées $(\cos x;\sin x)$.

Définition — radian

Le **radian** est la mesure de l'angle interceptant un arc de longueur égale au rayon. π rad $=180^\circ$. Conversion : $\text{rad}=\text{deg}\times\frac{\pi}{180}$.

Définition — cosinus et sinus d'un réel

Dans un repère orthonormé, on enroule la droite des réels sur le cercle trigonométrique (centre O, rayon 1). Au réel x correspond un point M ; $\cos x$ est l'abscisse de M, $\sin x$ son ordonnée. D'où $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ et $-1\leq\cos x,\sin x\leq 1$.

Propriété — valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Propriété — angles associés

$\cos(-x)=\cos x$, $\sin(-x)=-\sin x$; $\cos(\pi-x)=-\cos x$, $\sin(\pi-x)=\sin x$; $\cos(\pi+x)=-\cos x$, $\sin(\pi+x)=-\sin x$; $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$.
Périodicité : $\cos(x+2\pi)=\cos x$.

Méthode — résoudre $\cos x=a$

$\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ou $x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$. $\sin x=a$: $x=\alpha+2k\pi$ ou $x=\pi-\alpha+2k\pi$.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment convertir des degrés en radians ?

On multiplie par $\frac{\pi}{180}$: $180[?][?]=\pi$ rad, $90[?][?]=\frac{\pi}{2}$, $60[?][?]=\frac{\pi}{3}$, $45[?][?]=\frac{\pi}{4}$, $30[?][?]=\frac{\pi}{6}$.

Comment lire cosinus et sinus sur le cercle trigonométrique ?

Le point associé à x a pour coordonnées $(\cos x;\sin x)$: le cosinus se lit sur l'axe horizontal, le sinus sur l'axe vertical.

Comment résoudre cos x = a ?

Si $a \in [-1;1]$, on trouve une solution α, et les solutions sont $x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$.
Pour $\sin x = a$: $x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$.

Quelles sont les formules de cos(-x), cos(π - x) et cos(π/2 - x) ?

$\cos(-x) = \cos x$, $\sin(-x) = -\sin x$; $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$;
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$.