Triangles : construction, angles, inégalité triangulaire

Deux résultats à connaître : la somme des angles vaut 180° et un côté est toujours plus court que la somme des deux autres.

Théorème — somme des angles

Dans tout triangle ABC : $\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^\circ$.

Conséquences : un triangle rectangle a deux angles aigus **complémentaires** (somme 90°) ; un triangle équilatéral a trois angles de 60° ; dans un triangle isocèle les angles à la base sont égaux.

Inégalité triangulaire

Dans un triangle ABC : $AB \leq AC+CB$. L'égalité $AB=AC+CB$ a lieu si et seulement si C appartient au segment $[AB]$.

Méthode — un triangle est-il constructible ?

Il suffit de vérifier que le **plus grand côté** est inférieur à la somme des deux autres. 3, 5, 9 : $9>3+5$, pas constructible. 4, 6, 8 : $8<10$, constructible.

Droites remarquables

Définition — hauteur

Une **hauteur** est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé. Les trois hauteurs sont concourantes en l'**orthocentre**.

Définition — médiatrices

Les trois **médiatrices** des côtés se coupent en un point O équidistant des trois sommets : c'est le centre du **cercle circonscrit** au triangle.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Qu'est-ce que l'inégalité triangulaire ?

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des deux autres : $AB \leq AC+CB$. Un triangle de côtés 3, 4 et 9 n'existe pas car $3+4<9$.

Combien vaut la somme des angles d'un triangle ?

Toujours $180[?][?]$. On l'utilise pour calculer un troisième angle connaissant les deux autres.

Quels sont les angles d'un triangle équilatéral ?

Les trois angles mesurent $60[?][?]$. Dans un triangle isocèle, les deux angles à la base sont égaux.

Comment savoir si trois points sont alignés avec l'inégalité triangulaire ?

Si $AB+BC=AC$, alors B appartient au segment $[AC]$: les trois points sont alignés.