Théorème de Thalès et triangles semblables

Deux droites parallèles coupant un triangle définissent des longueurs **proportionnelles**.

Théorème de Thalès

Soit ABC un triangle, $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. Si $(MN) \parallel (BC)$, alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

Méthode — calculer une longueur

Avec $AM = 3$, $AB = 5$, $BC = 8$ et $(MN) \parallel (BC)$: $\frac{3}{5} = \frac{MN}{8}$ donc $MN = \frac{3 \times 8}{5} = 4{,}8$.

Théorème des milieux

Dans un triangle, si une droite passe par les **milieux de deux côtés**, alors elle est **parallèle** au troisième côté, et le segment joignant ces milieux mesure la **moitié** du troisième côté.

Théorème — réciproque des milieux

Si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

Définition — triangles semblables

Deux triangles sont **semblables** s'ils ont les mêmes angles. Leurs côtés sont alors proportionnels : les triangles AMN et ABC de la configuration de Thalès sont semblables.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment appliquer le théorème de Thalès en 4e ?

Si $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. On utilise ces égalités pour calculer une longueur manquante.

Qu'est-ce que des triangles semblables ?

Deux triangles qui ont les mêmes angles ; leurs côtés sont alors proportionnels. Il suffit de deux angles égaux pour conclure.

Comment calculer une longueur avec Thalès ?

On écrit les rapports égaux, on remplace par les longueurs connues, puis on résout avec un produit en croix.

Quelle est la différence entre Thalès en 4e et en 3e ?

En 4e, la configuration est celle des triangles emboîtés ; en 3e on ajoute la configuration « papillon » et la réciproque, qui permet de prouver un parallélisme.