Théorème de Thalès et sa réciproque

Thalès sert à **calculer** une longueur (théorème direct) ou à **prouver** un parallélisme (réciproque).

Théorème de Thalès

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A, B et M sur (d), C et N sur (d'), tous distincts de A. Si $(BC)\|(MN)$, alors

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}.$$

Cela vaut pour les deux configurations : M, N du même côté de A (triangles emboîtés) ou de part et d'autre (papillon).

Théorème — réciproque

Si les points A,M,B d'une part et A,N,C d'autre part sont alignés **dans le même ordre**, et si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, alors $(MN)\|(BC)$.

Théorème — contraposée

Si $\frac{AM}{AB}\neq\frac{AN}{AC}$, alors (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Méthode — rédiger

1. Citer les hypothèses (points alignés, ordre, parallélisme ou rapports).
2. Écrire l'égalité des rapports avec les longueurs.
3. Calculer par produit en croix, ou comparer les deux rapports.
4. Conclure.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment rédiger le théorème de Thalès ?

On cite les points alignés dans le même ordre, le parallélisme, puis on écrit les trois rapports égaux $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ avant de calculer.

Comment utiliser la réciproque du théorème de Thalès ?

On calcule séparément $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$; si les points sont dans le même ordre et les rapports égaux, alors $(MN)\|(BC)$.

Comment prouver que deux droites ne sont pas parallèles ?

Avec la contraposée : si les deux rapports sont différents, les droites ne sont pas parallèles.

Qu'est-ce que la configuration papillon ?

Le cas où les droites sécantes se coupent entre les deux parallèles : les triangles AMN et ABC sont opposés par le sommet A, et les mêmes égalités de rapports s'appliquent.