Puissances

Une puissance résume un produit de facteurs identiques ; les **puissances de 10** permettent d'écrire les très grands et très petits nombres.

Définition — puissance

Pour $n \geq 1$ entier : $a^n = \underbrace{a \times a \times [\backslash raiseox?]3. .[\backslash hspacce?]1. \times a}_{n \text{ facteurs}}$, et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$. Par convention $a^0 = 1$ et $a^1 = a$.

Règles de calcul

Pour a, b non nuls et m, n entiers relatifs :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a^m)^n = a^{mn} \quad (ab)^n = a^n b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

À retenir

$(-2)^4 = 16$ mais $-2^4 = -16$. Une puissance d'un négatif est positive si l'exposant est pair, négative s'il est impair.

Propriété — puissances de 10

$10^n = 1\underbrace{0. . .0}_{n \text{ s[?][?]ros}}$ et $10^{-n} = 0,\underbrace{0. . .01}_{n-1}$. $10^3 = 1000$, $10^{-2} = 0,01$.

Définition — notation scientifique

Tout nombre décimal non nul s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et n entier relatif.
$0,000\,52 = 5,2 \times 10^{-4}$; $384\,000 = 3,84 \times 10^5$.

Exemple

$\frac{3 \times 10^5 \times 8 \times 10^{-2}}{6 \times 10^4} = \frac{24}{6} \times 10^{5-2-4} = 4 \times 10^{-1} = 0,4$.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Que signifie une puissance d'exposant négatif ?

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$: par exemple $2^{-3} = \frac{1}{8}$ et $10^{-2} = 0,01$.

Quelles sont les règles de calcul sur les puissances ?

$a^m \times a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a^m)^n = a^{mn}$, $(ab)^n = a^n b^n$, $a^0 = 1$.

Qu'est-ce que la notation scientifique ?

L'écriture $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$ et n entier relatif : $345\,000 = 3{,}45 \times 10^5$ et $0{,}0027 = 2{,}7 \times 10^{-3}$.

Peut-on additionner des puissances ?

Il n'y a pas de règle simple : $2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$, ce n'est pas 2^5. Les règles portent sur les produits et quotients.