Parallélogrammes

Le parallélogramme est le quadrilatère dont les **diagonales se coupent en leur milieu** : c'est la propriété la plus utile pour les démonstrations.

Définition — parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux. Son centre est le point d'intersection des diagonales : c'est un centre de symétrie.

Propriétés

Dans un parallélogramme :

- les côtés opposés sont de **même longueur** ;
- les angles opposés sont de même mesure et deux angles consécutifs sont supplémentaires (somme 180°) ;
- les **diagonales se coupent en leur milieu**.

Théorème — réciproques (reconnaître un parallélogramme)

Un quadrilatère (non croisé) est un parallélogramme dès que l'une des conditions suivantes est vérifiée :

- ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux ;
- deux côtés opposés sont parallèles **et** de même longueur ;
- il possède un centre de symétrie.

Propriété — parallélogrammes particuliers

- Parallélogramme avec un angle droit, ou avec des diagonales de même longueur ⇒ **rectangle**.
- Parallélogramme avec deux côtés consécutifs égaux, ou des diagonales perpendiculaires ⇒ **losange**.
- À la fois rectangle et losange ⇒ **carré**.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Qu'est-ce qu'un parallélogramme ?

Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux. Ses diagonales se coupent en leur milieu et ses côtés opposés ont la même longueur.

Comment prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

Il suffit de montrer que ses diagonales se coupent en leur milieu, ou que ses côtés opposés

sont parallèles deux à deux, ou que deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Comment prouver qu'un parallélogramme est un rectangle ?

S'il a un angle droit, ou si ses diagonales ont la même longueur. Pour un losange : deux côtés consécutifs égaux, ou des diagonales perpendiculaires.

Comment calculer l'aire d'un parallélogramme ?

Aire $= \text{base} \times \text{hauteur}$, la hauteur étant perpendiculaire à la base.