Intervalles, inéquations et tableaux de signes

Le **tableau de signes** transforme une inéquation produit ou quotient en une lecture de lignes.

Définition — intervalle

$[a;b]$ fermé, $]a;b[$ ouvert, $[a;+\infty[$, $]-\infty;b]$. $x \in [a;b] \Leftrightarrow a \leq x \leq b$. Réunion $\cup$ (ou), intersection $\cap$ (et) : $[0;3] \cap [2;5] = [2;3]$, $[0;3] \cup [2;5] = [0;5]$.

Propriété — signe d'une expression affine

$ax+b$ ($a \neq 0$) s'annule en $x_0 = -\frac{b}{a}$; elle est du **signe de** a pour $x > x_0$ et du signe contraire pour $x < x_0$.

Méthode — tableau de signes

Pour résoudre $(2x-4)(1-x) \geq 0$: on dresse une ligne par facteur, avec les valeurs d'annulation 2 et 1, puis on multiplie les signes. Solution : $S = [1;2]$.

À retenir

Pour un quotient, la valeur qui annule le dénominateur est **interdite** (double barre dans le tableau).

Méthode — inéquation quotient

$\frac{x+1}{x-3} \leq 0$: signe de $x+1$ (zéro en -1), de $x-3$ (zéro en 3, valeur interdite). $S = [-1;3[$.

Propriété — ordre et opérations

Ajouter un même nombre conserve l'ordre. Multiplier par un positif conserve l'ordre, par un négatif le renverse. Pour $0 < a < b$: $a^2 < b^2$, $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ et $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment noter un intervalle ?

$[a;b]$ est fermé (bornes incluses), $]a;b[$ ouvert (bornes exclues). Les bornes infinies sont toujours exclues : $[2;+\infty[$ est l'ensemble des réels supérieurs ou égaux à 2.

Comment faire un tableau de signes ?

On cherche la valeur qui annule chaque facteur, on place ces valeurs en ordre croissant, on donne le signe de chaque facteur sur chaque intervalle, puis on applique la règle des signes pour le produit.

Comment résoudre une inéquation produit ?

On se ramène à « produit ≥ 0 » (ou ≤ 0), on dresse le tableau de signes, et on lit l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

Comment résoudre une inéquation quotient ?

Comme une inéquation produit, mais la valeur qui annule le dénominateur est une valeur interdite, marquée par une double barre dans le tableau.