Géométrie repérée : droites et cercles

Une droite est définie par un point et un **vecteur normal** $\vec{n}(a;b)$: son équation est $ax+by+c=0$.

Définition — vecteur directeur, vecteur normal

Un **vecteur directeur** de d est un vecteur non nul colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ (A, $B\in d$). Un **vecteur normal** est un vecteur non nul orthogonal à d.

Théorème — équation cartésienne

Une droite de vecteur normal $\vec{n}(a;b)$ a une équation $ax+by+c=0$; réciproquement, $ax+by+c=0$ (avec $(a;b)\neq(0;0)$) est une droite de vecteur normal $\vec{n}(a;b)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-b;a)$.

Méthode — droite passant par A de vecteur normal $\vec{n}$

$M(x;y)\in d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$. Avec $A(1;2)$, $\vec{n}(3;-1)$: $3(x-1)-(y-2)=0\Leftrightarrow 3x-y-1=0$.

Propriété — perpendicularité

Deux droites sont perpendiculaires si et seulement si leurs vecteurs normaux (ou directeurs) sont orthogonaux : $aa'+bb'=0$.

Théorème — équation d'un cercle

Cercle de centre $\Omega(x_0;y_0)$ et de rayon r :

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2.$$

Cercle de diamètre $[AB]$: $M\in\mathcal{C}\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

Méthode — reconnaître un cercle

$x^2+y^2-4x+6y-3=0\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+3)^2=16$: cercle de centre $(2;-3)$ et de rayon 4. Si le second membre est négatif, l'ensemble est vide.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Qu'est-ce qu'un vecteur normal à une droite ?

Un vecteur non nul orthogonal à la droite. La droite d'équation $ax+by+c=0$ admet $\vec{n}(a;b)$ comme vecteur normal et $\vec{u}(-b;a)$ comme vecteur directeur.

Quelle est l'équation d'un cercle ?

Centre $\Omega(a;b)$ et rayon r : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Comment retrouver le centre et le rayon d'un cercle à partir de son équation ?

On complète les carrés : $x^2-4x+y^2+2y=4$ devient $(x-2)^2+(y+1)^2=9$, centre $(2;-1)$, rayon 3.

Comment trouver l'équation d'une droite avec un point et un vecteur normal ?

Un point $M(x;y)$ appartient à la droite ssi $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$, ce qui donne $a(x-x_A)+b(y-y_A)=0$.