Géométrie repérée et triangles

Avec les coordonnées, on **démontre** qu'un triangle est rectangle ou isocèle, ou qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange.

Propriété — distance et milieu

Repère orthonormé : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$; milieu $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Méthode — nature d'un triangle

Calculer AB^2, AC^2, BC^2 : deux longueurs égales ⇒ isocèle ; $BC^2=AB^2+AC^2$ ⇒ rectangle en A (réciproque de Pythagore).

Méthode — nature d'un quadrilatère

Parallélogramme : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ (ou milieux des diagonales confondus). Puis rectangle si $AC=BD$, losange si $AB=BC$, carré si les deux.

Définition — projeté orthogonal

Le **projeté orthogonal** de M sur une droite d est le point H de d tel que $(MH)\perp d$ (ou M lui-même si $M\in d$). H est le point de d le plus proche de M : MH est la **distance** de M à d.

Définition — triangles semblables, isométriques

Deux triangles sont **isométriques** s'ils ont des côtés deux à deux de même longueur (ils sont superposables). Ils sont **semblables** s'ils ont les mêmes angles ; leurs côtés sont alors proportionnels (rapport k) et leurs aires dans le rapport k^2.

Propriété — cas de similitude

Deux triangles ayant **deux angles égaux** sont semblables (le troisième l'est automatiquement).

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment calculer les coordonnées du milieu d'un segment ?

Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Comment calculer une distance dans un repère ?

Dans un repère orthonormé, $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

Comment prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme avec les coordonnées ?

On montre que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (mêmes coordonnées) ou que les diagonales ont le même milieu.

Comment montrer qu'un triangle est rectangle avec les coordonnées ?

On calcule les trois longueurs et on applique la réciproque du théorème de Pythagore.