

Géométrie repérée et triangles

Avec les coordonnées, on **démontre** qu'un triangle est rectangle ou isocèle, ou qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange.

Propriété — distance et milieu

Repère orthonormé : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$; milieu $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Méthode — nature d'un triangle

Calculer AB^2 , AC^2 , BC^2 : deux longueurs égales $\Rightarrow$ isocèle ; $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow$ rectangle en A (réciproque de Pythagore).

Méthode — nature d'un quadrilatère

Parallélogramme : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (ou milieux des diagonales confondus). Puis rectangle si $AC = BD$, losange si $AB = BC$, carré si les deux.

Définition — projeté orthogonal

Le **projeté orthogonal** de M sur une droite d est le point H de d tel que $(MH) \perp d$ (ou M lui-même si $M \in d$). H est le point de d le plus proche de M : MH est la **distance** de M à d .

Définition — triangles semblables, isométriques

Deux triangles sont **isométriques** s'ils ont des côtés deux à deux de même longueur (ils sont superposables). Ils sont **semblables** s'ils ont les mêmes angles ; leurs côtés sont alors proportionnels (rapport k) et leurs aires dans le rapport k^2 .

Propriété — cas de similitude

Deux triangles ayant **deux angles égaux** sont semblables (le troisième l'est automatiquement).

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment calculer les coordonnées du milieu d'un segment ?

Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Comment calculer une distance dans un repère ?

Dans un repère orthonormé, $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Comment prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme avec les coordonnées ?

On montre que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (mêmes coordonnées) ou que les diagonales ont le même milieu.

Comment montrer qu'un triangle est rectangle avec les coordonnées ?

On calcule les trois longueurs et on applique la réciproque du théorème de Pythagore.