Généralités sur les fonctions

Une fonction se lit à trois niveaux : **expression**, **courbe** et **tableau de variations**.

Définition — fonction, ensemble de définition

Une fonction f définie sur $D \subset \mathbb{R}$ associe à tout $x \in D$ un unique réel $f(x)$.
L'**ensemble de définition** est l'ensemble des x pour lesquels $f(x)$ existe : $x \to \frac{1}{x-2}$ est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$; $x \to \sqrt{x-1}$ sur $[1;+\infty[$.

Définition — variations

f est **croissante** sur I si pour tous $a \leq b$ de I, $f(a) \leq f(b)$ (elle conserve l'ordre) ; **décroissante** si $f(a) \geq f(b)$ (elle renverse l'ordre). Le **tableau de variations** résume ces informations avec des flèches.

Définition — extremums

f admet un **maximum** M en x_0 sur I si $f(x) \leq f(x_0) = M$ pour tout $x \in I$.
Définition analogue pour le minimum.

Définition — parité

f est **paire** si $f(-x) = f(x)$ (courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées), **impaire** si $f(-x) = -f(x)$ (symétrie par rapport à l'origine). x^2 est paire, x^3 est impaire.

Méthode — résolution graphique

$f(x) = k$: abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite $y = k$.
$f(x) \leq g(x)$: abscisses où la courbe de f est **en dessous** de celle de g.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Qu'est-ce que l'ensemble de définition d'une fonction ?

L'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ existe : on exclut les valeurs qui annulent un dénominateur ou rendent négatif ce qui est sous une racine carrée.

Comment lire un tableau de variations ?

Les flèches indiquent si la fonction croît ou décroît sur chaque intervalle ; les valeurs aux extrémités des flèches sont les extremums.

Comment résoudre graphiquement f(x) = k ?

On trace la droite horizontale $y = k$ et on lit les abscisses des points d'intersection avec la courbe.

Comment démontrer qu'une fonction est paire ou impaire ?

Paire si $f(-x) = f(x)$ pour tout x (courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées) ; impaire si $f(-x) = -f(x)$ (symétrie par rapport à l'origine).