Fonctions affines et linéaires

Une fonction affine se représente par une **droite** ; une fonction linéaire traduit une situation de **proportionnalité**.

Définition — fonction affine, linéaire

Une fonction **affine** est de la forme $f(x)=ax+b$. Si $b=0$, $f(x)=ax$ est **linéaire** ; si $a=0$, f est **constante**.

Propriété — représentation graphique

La courbe d'une fonction affine est une **droite**. a est le **coefficient directeur** (pente) : quand x augmente de 1, $f(x)$ augmente de a. b est l'**ordonnée à l'origine** : la droite passe par $(0;b)$. Une fonction linéaire passe par l'origine.

Propriété — coefficient directeur

Pour deux nombres $x_1 \neq x_2$:

$$a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}.$$

Méthode — déterminer une fonction affine

$f(1)=5$ et $f(3)=11$: $a=\frac{11-5}{3-1}=3$, puis $5=3\times1+b$ donne $b=2$: $f(x)=3x+2$.

Propriété — sens de variation

Si $a>0$, f est croissante ; si $a<0$, décroissante.

À retenir

Augmenter de t % correspond à la fonction linéaire $x \to \left(1+\frac{t}{100}\right)x$.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Quelle est la différence entre fonction affine et fonction linéaire ?

Une fonction affine s'écrit $f(x)=ax+b$; elle est linéaire si $b=0$, soit $f(x)=ax$. La fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité et sa droite passe par l'origine.

Comment trouver le coefficient directeur d'une droite ?

Avec deux points $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$: $a=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Comment déterminer une fonction affine à partir de deux valeurs ?

On calcule le coefficient a avec la formule des accroissements, puis b en remplaçant x et $f(x)$ par une valeur connue dans $f(x) = ax + b$.

Que représente l'ordonnée à l'origine ?

C'est $b = f(0)$: l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées.