Équations et inéquations

Une **équation produit-nul** se résout facteur par facteur ; une **inéquation** change de sens quand on multiplie par un nombre négatif.

Théorème — produit nul

Un produit de facteurs est nul si et seulement si **au moins un** des facteurs est nul :

$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ ou } B = 0.$$

Exemple

$(2x-6)(x+5)=0 \Leftrightarrow 2x-6=0$ ou $x+5=0 \Leftrightarrow x=3$ ou $x=-5$.

Propriété — équation $x^2=a$

- Si $a>0$: deux solutions, $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
- Si $a=0$: une solution, 0.
- Si $a<0$: aucune solution.

Méthode — résoudre $x^2-9=0$

On factorise : $(x-3)(x+3)=0$, donc $x=3$ ou $x=-3$.

Inéquations

Règles

On peut ajouter un même nombre aux deux membres. On peut multiplier ou diviser par un même nombre **positif** sans changer le sens ; par un nombre **négatif**, on **change le sens** de l'inégalité.

Exemple

$-3x+5>11 \Leftrightarrow -3x>6 \Leftrightarrow x<-2$. Solutions : tous les nombres strictement inférieurs à -2, représentés par une demi-droite (crochet tourné vers l'extérieur en -2).

Questions fréquentes sur ce chapitre

Comment résoudre une équation produit nul ?

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul : $(x-2)(x+5)=0$ donne $x=2$ ou $x=-5$. On factorise d'abord si nécessaire.

Comment résoudre une inéquation ?

Comme une équation, sauf qu'en multipliant ou divisant par un nombre négatif, on change

le sens de l'inégalité : $-2x>6 \Rightarrow x<-3$.

Comment résoudre $x^2=a$?

Si $a>0$, deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$; si $a=0$, une seule (0) ; si $a<0$, aucune.

Comment représenter les solutions d'une inéquation ?

Sur une droite graduée, en coloriant la partie solution et en marquant la borne par un crochet ouvert (strict) ou fermé (large).