Calcul littéral et identités remarquables

Les trois **identités remarquables** accélèrent développements et factorisations.

Théorème — identités remarquables

Pour tous nombres a et b :

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

Exemple

$(3x+2)^2=9x^2+12x+4$; $(x-5)^2=x^2-10x+25$; $(2x+7)(2x-7)=4x^2-49$.

Méthode — factoriser

- Facteur commun : $x^2-3x=x(x-3)$.
- Différence de deux carrés : $x^2-16=(x+4)(x-4)$; $9x^2-25=(3x+5)(3x-5)$.
- Carré parfait : $x^2+6x+9=(x+3)^2$.

Méthode — calcul mental

$101^2=(100+1)^2=10\,000+200+1=10\,201$; $53\times47=(50+3)(50-3)=2500-9=2491$.

Méthode — démontrer avec le calcul littéral

« La somme de deux entiers impairs est paire » : $(2n+1)+(2p+1)=2(n+p+1)$, qui est pair.

Questions fréquentes sur ce chapitre

Quelles sont les trois identités remarquables ?

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ et $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

Comment factoriser avec une identité remarquable ?

On reconnaît la forme développée : $x^2-9=(x+3)(x-3)$; $x^2+6x+9=(x+3)^2$.

Comment développer $(2x+3)^2$?

Avec $(a+b)^2$: $(2x)^2+2\times2x\times3+3^2=4x^2+12x+9$.

À quoi servent les identités remarquables ?

À développer rapidement, à factoriser pour résoudre des équations produit nul, et à faire du calcul mental comme $101^2=10\,000+200+1$.