Optional

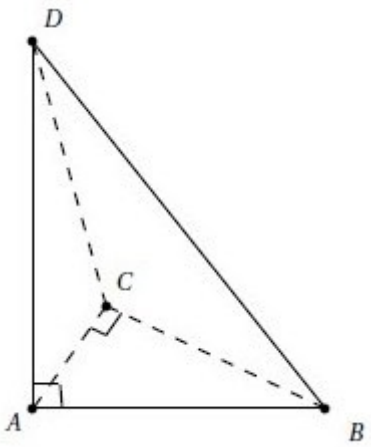
Volumes et sections

Exercice 10 :

Le volume du prisme droit est donné par :

$$V = Base \times hauteur =$$

Exercice 11 :



Le volume d'un prisme droit est donné par :

$$V = \frac{base \times hauteur}{3} = \frac{\frac{CB \times AC}{2} \times AD}{3}$$

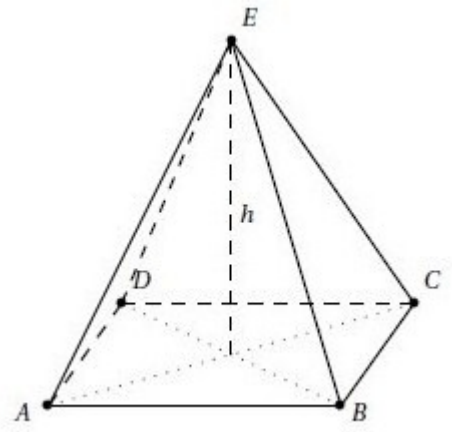
$$V = \frac{\frac{4 \times 5}{2} \times 7}{3}$$

$$V = \frac{70}{3}$$

$$V = 23{,}33\ mm^2$$

Exercice 12 :

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.



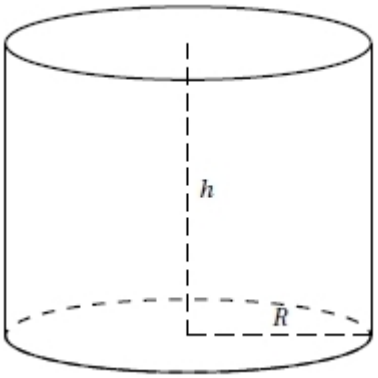
Le volume d'une pyramide est donné par :

$$V = \frac{base \times hauteur}{3}$$

$$V = \frac{8^2 \times 11}{3} = \frac{64 \times 11}{3} = \frac{704}{3}$$

$$V =$$

Exercice 13 :

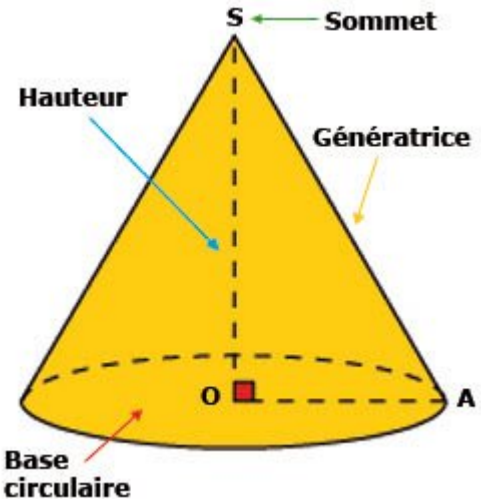


Le volume d'un cylindre est donné par :

$$V = Base \times hauteur =$$

$$V = 141{,}37 mm^2$$

Exercice 14 :



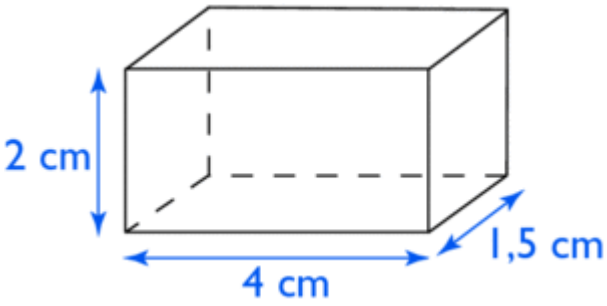
Le volume d'un cône de révolution est donné par :

$$V = \frac{Base \times hauteur}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times hauteur}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times 6^2 \times 8}{3} = 36\pi$$

$$V = 113{,}1 \ mm^2$$

Exercice 15 :



Le volume est donné par

$$V = L \times l \times h =$$

Exercice 16 :

1/ a. Exprimer de deux façons différentes, SM en fonction de h.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

SM = h-OM ou h -SM = OM et **SM/h =** EF/AB **=3/7** d'après Thalès (dur à schématiser mais pourtant c'est ce qui est).

Preuve: S,E,A alignés, S,F,B alignés et (EF)//(AB) on a l'égalité des rapports SE/SA = EF/AB = 3/7; De plus S,O,M alignés et S,E et A alignés avec (EM)//(AO). il vient que le rapport SE/SA qui est égal à 3/7 est également égal d'après Thalès à SM/SO or SO=h.

Donc SM = 3/7 h et SM = h-60

b. En déduire une équation dont h est solution.

h-OM=3/7 h <==> 4/7h =OM

c. Résoudre cette équation afin de trouver la valeur de h.

h = 7/4*OM = 7/4*60=7*60/4=7*15=105cm

d. Calculer le volume de ce bac a fleurs.

Volume d'une pyramide = 1/3 Base * hauteur

Volume du bac à fleurs = Volume de la pyramide complète - Volume du haut de la pyramide dont la base est EFGH

Volume de la pyramide complète = 1/3 * AB²*h = (1/3)x70²x105 = 171 500 cm^3

Volume de la pyramide du haut =1/3 * EF² * SM avec SM=h -OM = 105-60 =45 cm

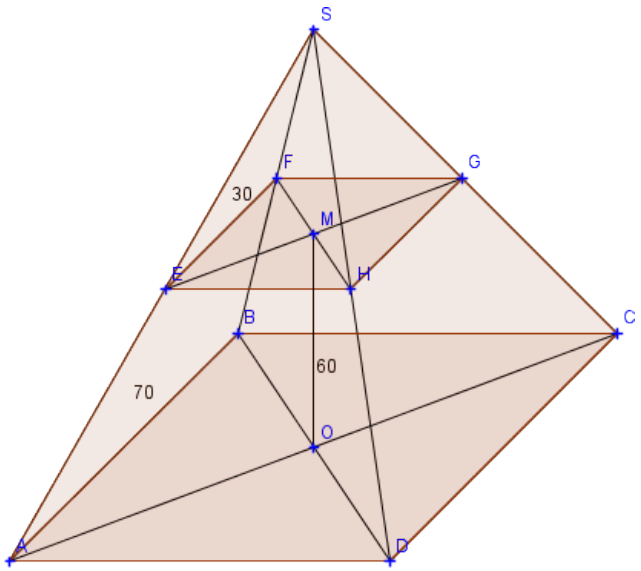
=(1/3)x30²x45 =13500 cm^3

Volume du bac a fleur = 171 500 -13 500 = 158 000 cm^3

2/Voici comment le mathématicien hindou Bhaskara calculait le volume d'un tronc de pyramide au XII eme siècle:

La somme des aire des base et de l'aire d'un rectangle de largueur la somme des largueur des base et de longueur la somme des longueur des base, étant diviser par six puis multiplier par la profondeur donne le volume.

Appliquer cette méthode pour calculer le volume du bac a fleur ci-dessus :



Reprenons les terms usités :

" La somme des aires de base " (la base elle même au carré) = AB^2+EF^2

" un rectangle de largueur la somme des largueur des base " (AB+EF) puisque c'est un carré la largeur c'est la longueur du côté.

" et de longueur la somme des longueur des base " (AB+EF) toujours pour les mêmes raisons.

" L'aire de ce rectangle ", soit $(AB+EF)^2$

Donc on reprend les Aires de bases + celle du rectangle hypothétique = $(AB^2+EF^2 +(AB+EF)^2)$

Ceci est divisé par 6 puis multiplier par la profondeur : $((AB^2+EF^2 +(AB+EF)^2)/6)*60$ et on est sensé obtenir le volume.

Ce qui donne $(70^2+30^2+100^2)*10$ puisque 60/6 = 10

Le volume selon Bhaskara serait de : 105 800 cm^3

Exercice 17 :

On donne: AB =6 m, AE = 5m, AD = 1.80m, BC = 0.80m .

Sur le schéma ci dessus, les dimensions ne sont pas respectées.

1. Montrer que le volume ce cette piscine est 39 m^3.

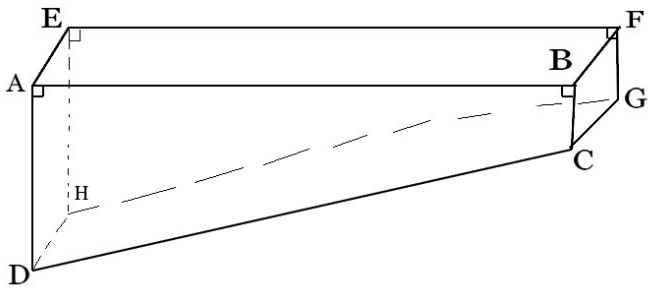
$$V_{ABCD}=\frac{(AD+BC)\times AB}{2}=\frac{(1,8+0,8)\times 6}{2}=7,8m^2$$

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

$V_{piscine} = V_{ABCD} \times AE =$

2. A la fin de l'été, M.Dujardin vide sa piscine à l'aide d'une pompe dont le débit est 5m ^{3} par heure. Calculer le nombre de m ^{3} restant dans la piscine au bout de 5 heures.

En 5 heures il aura vidé 25 m^3 , il restera 14 m^3 .



Exercice 18 :

On a représenter ci-contre un réservoir parallélépipédique permettant de mesurer la hauteur d'eau tombée dans un jardin pendant une averse (voir ci-dessous)

1. On assimile les gouttes d'eau à des boules de diamètre 4mm.

Calculer le volume d'une goutte d'eau. Donner leur valeur exacte.

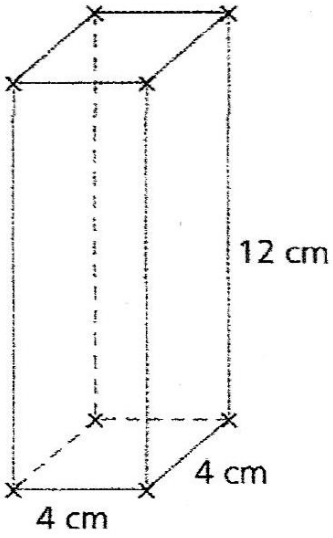
Le volume d'une boule ou d'une sphère est : 4/3 π R^3 où R est le rayon de la sphère, soit 2 mm

il devient alors évident que la goutte a un volume de 32 π /3 mm cube.

2. La hauteur d'eau tombée pendant cette averse est égale à 8cm.

Calculer le nombre de gouttes d'eau contenues dans le réservoir. On donnera la valeur approché par défaut.

Pour ce faire nous devons tout d'abord comptabiliser le volume d'eau recueillis dans le récipient.



4cm x 4cm x8cm = 16x8 cm cube= 128 cm^3 ce qui équivaut à 128 000 mm^3 d'eau dans le récipient

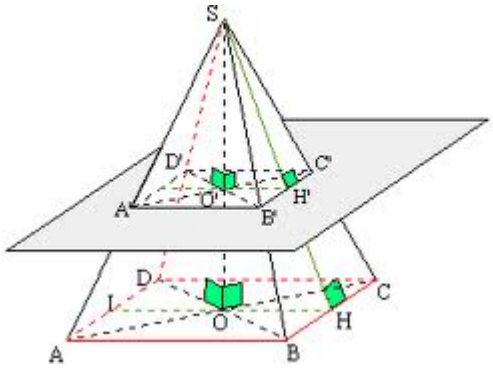
Il nous suffit alors de diviser par le volume d'une goutte pour trouver le nombre de gouttes.

128 000 /(32 π /3) = (3 * 128 000)/ (32 π)= 384 000/ (32 π) $\approx$ 3819 gouttes, *par valeur approchée à l'unité par défaut*

Après la pluie le récipient contient 3819 gouttes d'eau.

Exercice 19 :

Une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à base à 5 cm du sommet . AB=4,8cm ; BC=4,2cm et SO =8cm.



a. Calculer le coefficient de K de réduction entre les pyramides SABCD et SA'B'C'D' .

$k = \frac{5}{8}$

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

b. Calculer le volume de la pyramide SABCD .

$$V = \frac{base \times hauteur}{3}$$

$$V = \frac{4{,}8 \times 4{,}2 \times 8}{3}$$

$$V \simeq 53{,}75\ cm^3$$

c. En dédui re le volume de la pyramide SA'B'C'D' .

Le volume va être multiplié par k^3

$$k^3 = (\frac{5}{8})^3 = \frac{5^3}{8^3} = \frac{125}{512}$$

$$V_{SA'B'C'D'} = \frac{125}{512} V_{SABCD}$$

$$V_{SA'B'C'D'} = \frac{125}{512} \times 53{,}75$$

$$V_{SA'B'C'D'} \simeq 13{,}12\ cm^3$$

Exercice 20 :

une boule de laiton mesure 10cm de diamètre.

Le laiton est un alliage constitué de 40% de zinc est de 60% de cuivre.

1)Calculer le volume de cette boule.(arrondir a 1/10 cm3 près)

$$V = \frac{4}{3}\pi \times R^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \times 5^3$$

$$V = \frac{500\pi}{3}\ cm^3$$

$$V =$$

2) On veut recouvrir cette boule de peinture dorée.

a)Calculer l'aire de la surface de la boule. Donner la valeur exacte.

$$A = 4\pi \times R^2 = 4\pi \times 5^2 = 100\pi$$

b)De quelle quantité de peinture est nécessaire si 1dl recouvre 0.1m²?

$$A \simeq 314{,}16\ cm^2$$

$$A \simeq 0{,}031416\ m^2$$

$$1dL rightarrow 0{,}1\ m^2$$

$$x rightarrow 0{,}031416\ m^2$$

$$x = \frac{1 \times 0{,}031416}{0{,}1}$$

$$x = 0{,}31\ dL$$

3) la boule est sciée selon un plan situé à 3cm de son centre.

a) calculer le rayon du cercle de section, la longueur de ce cercle et l'aire du disque de section.

Donner les valeurs exactes puis les valeurs arrondies au cm près et cm² près.

Dans le triangle ABC rectangle en A , d'après la partie directe du théorème de Pythagore :

$$OB^2 = OA^2 + AB^2$$

$$10^2 = 3^2 + AB^2$$

$$100 = 9 + AB^2$$

$$AB^2 = 81$$

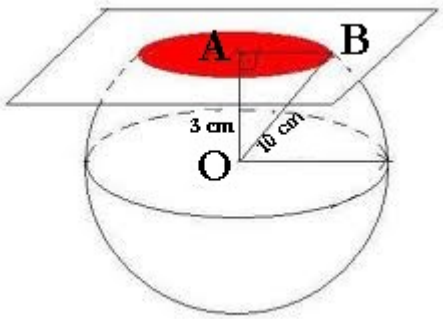
$$L = 2\pi\ R = 2\pi \times 5 =$$

La longueur du cercle est de 32 cm .

$$A = \pi \times R^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi \simeq 79\ cm$$

L'aire du disque de section est de 79 cm .

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.



Exercice 21 :

1.

$$V = \frac{base \times hauteur}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times SO}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times 7^2 \times 12}{3}$$

$$V =$$

2.

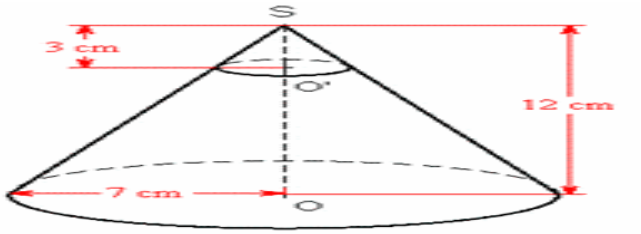
Le coefficient de réduction est de $k = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Le volume va être multiplier par $k^3 = (\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{64}$.

$$V' = \frac{1}{64} \times k^3 = \frac{196}{64}\pi$$

$$V' = \frac{49}{16}\pi$$

$$V' \simeq 9{,}6\ cm^3$$



Exercice 22 :

1)

a) le coefficient de réduction est :

$$\frac{SE}{SA}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

donc $EF=\frac{1}{4}AB=\frac{9}{4}=2{,}25\ cm$.

b) Dans le triangle SAB rectangle en A, d'après la partie directe

du théorème de Pythagore, nous avons :

$$SB^2=SA^2+AB^2$$

$$SB^2=12^2+9^2$$

$$SB^2=144+81$$

$$SB^2=225$$

$$SB=\sqrt{225}$$

$$SB=$$

2)

a)

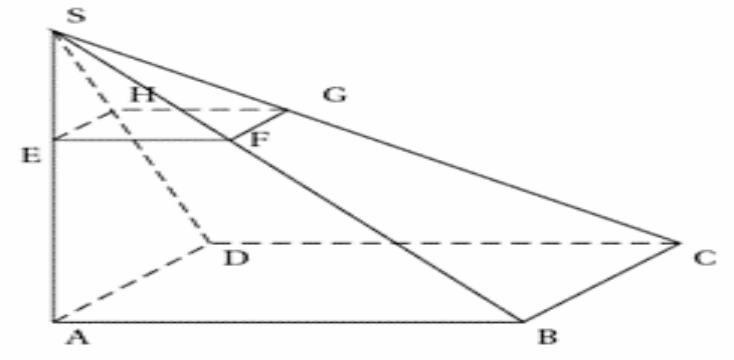
$$V_{SABCD}=\frac{AB^2\times SA}{3}=\frac{81\times 12}{3}=324\ cm^3$$

b) Il est de $\frac{1}{4}$.

c)

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

$$V_{SEFGH} = (\frac{1}{4})^3 \times V_{SABCD} = \frac{324}{64} \simeq 5\ cm^3$$



Exercice 23 :

1. Dans le triangle rectangle DAB, d'après la partie directe

du théorème de Pythagore :

$$DB^2 = DA^2 + AB^2$$

$$5^2 = DA^2 + 3^2$$

$$25 = DA^2 + 9$$

$$DA^2 = 25 - 9$$

$$DA^2 = 16$$

$$DA = \sqrt{16}$$

$$DA =$$

2. $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times base \times hauteur$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times AD \times AB \times SO$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 6$$

$$V_{SABCD} = 24\ cm^3$$

3. a.La section est encore un rectangle.

b. O ' est le milieu de [SO] don le rapport de la réduction est $k = \frac{1}{2}$.

c.

Le volume va être multiplié par $(\frac{1}{2})^3$

$$V_{SA'B'C'D'}=(\frac{1}{2})^3 V_{SABCD}$$

$$V_{SA'B'C'D'}=\frac{1}{2^3}V_{SABCD}$$

$$V_{SA'B'C'D'}=\frac{24}{8}$$

$$V_{SA'B'C'D'}=3\ cm^3$$.

Exercice 24:

1.

$$V_1=\frac{1}{3}\pi\times R^2\times hauteur$$

$$V_1=\frac{1}{3}\pi\times 5^2\times 9$$

$$V_1=75\pi\ cm^3$$

2.

Le coefficient de réduction est :

$$k=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

donc

$$V_2=(\frac{1}{3})^3 V_1=\frac{1}{27}V_1=\frac{75\pi}{27}$$

$$V_2=\frac{25\pi}{9}\ cm^3$$

Exercice 25 :

Une boîte cylindrique contient 3 balles de tennis de rayon 3,4 cm. **a) Fais une figure, dans le cas où la boite a des dimensions minimales.**

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.



b) Quelles sont les dimensions minimales de cette boîtes(hauteur et rayon) ?

hauteur = 3x2x3,4= 20,4 cm

rayon = 3,4 cm

c) Calcule le volume de la boîte et le volume des trois balles.

$$V_{boite} = \pi \times 3{,}4^2 \times 20{,}4 \simeq 741\ cm^3$$

$$V_{3\ balles} = 3 \times \frac{4}{3}\pi \times 3{,}4^3 = 4 \times \pi \times 3{,}4^3 \simeq 494\ cm^3$$

d) Calcule le pourcentage de "vide" dans cette boîte contenant les 3 balles .

$\frac{494}{741} \times 100 \simeq 66{,}7\%$ d'occupation des balles .

$100 - 66{,}7 = 33{,}3\%$

Le vide occupe à peu près 33,3 % soit $\frac{1}{3}$ de la boîte .

Exercice 26 :

Dans un verre conique de hauteur 8cm et de rayon 6 cm,

je mets 3 boules de glace de rayon 3cm chacune.

Je n'ai pas le temps de les manger!! trop de copies à corriger.

Les 3boules fondent!!

La glace va t-elle déborder ?? si oui, combien de cL de glace ai-je perdu?

Calculons le volume du verre puis le volume des trois boules .

$$V_{verre} = \frac{4}{3}\pi \times 6^2 \times 8 =$$

$$V_{3,boules} = 3 \times \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 4\pi \times 3^3 = 108\pi$$

Conclusion :

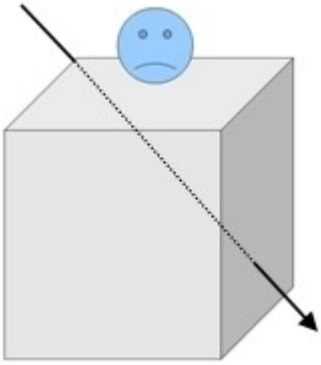
Le volume du verre est plus grand que celui des trois boules

donc le verre ne va pas déborder .



Exercice 27 :

Pour son spectacle, un magicien veut enfoncer des épées dans une boîte dans laquelle serait enfermé un spectateur.



Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

La boîte est un cube de 1m de côté.

Pour son projet, le magicien doit faire fabriquer des épées.

Il lui faut des épées toutes de même taille telles que, quel que soit l'endroit où il enfonce l'épée, elle puisse dépasser d'au moins 10 cm.

Quelle longueur minimum de lame d'épée doit-il commander au forgeron ?

La longueur maximale d'un cube est sa diagonale.

En utilisant deux fois le théorème de Pythagore :

la longueur de la diagonale d'une face est :

$$a = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

la longueur de la diagonale du cube est :

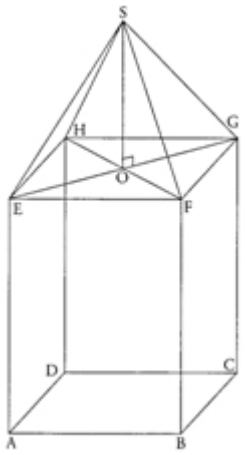
$$c = \sqrt{a^2+1^2} = \sqrt{\sqrt{2}^2+1^2} = \sqrt{3}$$

L'épée doit dépasser d'au moins 10 cm donc la longueur minimale de la lame est $\sqrt{3}+10$ **.**

Exercice 33 :

Un pigeonnier est composé d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH et d'une pyramide SEFGH dont la hauteur [SO] mesure 3,1 m.

On sait que AB = 3 m, BC = 3,5 m et AE = 4 m.



1.Calculer la longueur BD et en déduire celle de BH.

Dans le triangle ABD rectangle en A, d'après la partie directe du théorème de Pythagore, nous avons l'égalité suivante :

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$BD^2 = 3{,}5^2 + 3^2$$

$$BD^2 = 12{,}25 + 9$$

$$BD^2 = 21{,}25$$

$$BD = \sqrt{21{,}25}$$

On donnera des valeurs approchées de ces résultats à 10^{-1} près.

Dans le triangle BDH rectangle en D, d'après la partie directe du théorème de Pythagore, nous avons l'égalité suivante :

$$BH^2 = BD^2 + DH^2$$

$$BH^2 = 21{,}25 + 4^2$$

$$BH^2 = 21{,}25 + 16$$

$$BH^2 = 37{,}25$$

$$BH = \sqrt{37{,}25}$$

$$BH \simeq 6{,}1\ m$$

2. Calculer en m^3 le volume V_1 de ce pigeonnier.

$$V_1 \simeq 42 + 10{,}85$$

$$V_1 \simeq 52{,}85\ m^3$$

3. Un modéliste désire construire une maquette de ce pigeonnier à l'échelle $\frac{1}{24}$.

Calculer en dm^3 le volume V_2 de la maquette.

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

$$V_2 = (\frac{1}{24})^3 \times V_1$$

$$V_2 = \frac{1}{13824} \times V_1$$

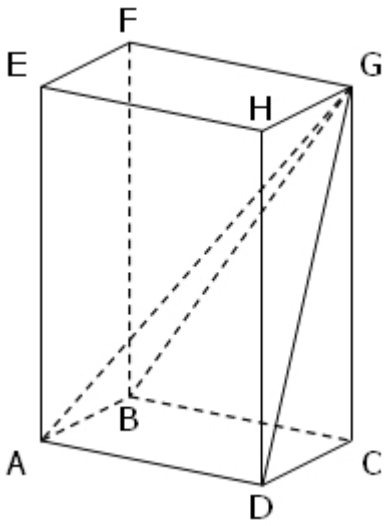
On donnera une valeur approchée de ce résultat à 10^{-3} près.

$$V_2 = \frac{1}{13824} \times 52{,}85 \simeq 0{,}004\ m^3$$



Exercice 32 :

ABCDEFGH est un pavé droit à base carrée. On donne AD = 3 cm et DC =2cm et CG = 4 cm.



1.Calculer le volume en cm^3 de la pyramide de sommet G et de base ABCD.

$$V = \frac{1}{3} \times 3 \times 2 \times 4 =$$

2.Calculer DG.

Dans le triangle DCG rectangle en C, d'après la partie directe du théorème de Pythagore :

$$DG^2 = DC^2 + CG^2$$

$$DG^2 = 2^2 + 4^2$$

$$DG^2 = 4 + 16$$

$$DG^2 = 20$$

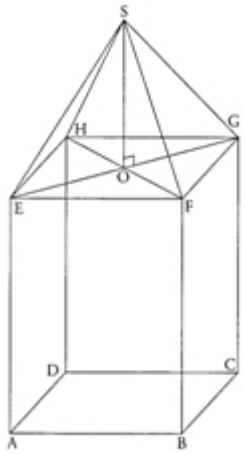
$$DG = \sqrt{20}$$

$$DG = \sqrt{4 \times 5}$$

$$DG = 2\sqrt{5}$$

Exercice 33 :

Un pigeonnier est composé d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH et d'une pyramide SEFGH dont la hauteur [SO] mesure 3,1 m.



On sait que AB = 3 m, BC = 3,5 m et AE = 4 m.

1.Calculer la longueur BD et en déduire celle de BH. On donnera des valeurs approchées de ces résultats à 10^{-1} près.

Dans le triangle ABD rectangle en A, d'après la partie directe du théorème de Pythagore,

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.

nous avons :

$$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}$$

$$BD=\sqrt{3^2+3{,}5^2}$$

$$BD=\sqrt{9+12{,}25}$$

$$BD=\sqrt{21{,}25}$$

$$BD\simeq 4{,}6\ m$$

Dans le triangle BDH rectangle en D , d'après la partie directe du théorème de Pythagore,

nous avons :

$$BH=\sqrt{BD^2+DH^2}$$

$$BH=\sqrt{21{,}25+4^2}$$

$$BH=\sqrt{21{,}25+16}$$

$$BH=\sqrt{37{,}25}$$

$$BH\simeq 6{,}1\ m$$

2. Calculer en m^3 le volume V_1 de ce pigeonnier.

$$V_1=3\times 3{,}5\times 4+\frac{1}{3}\times 3\times 3{,}5\times 3{,}1$$

$$V_1=42+\frac{1}{3}\times 3\times 3{,}5\times 3{,}1$$

$$V_1=42+10{,}85$$

$$V_1=52{,}85\ m^3$$

3. Un modéliste désire construire une maquette de ce pigeonnier à l'échelle $\frac{1}{24}$.

Calculer en dm^3 le volume V_2 de la maquette.

$$V_2=\frac{V_1}{24}$$

$$V_2=\frac{52{,}85}{24}$$

$$V_2\simeq 2{,}2021$$

$V_2 \simeq 2{,}2021\ m^3$

$V_2 \simeq 2202{,}1\ dm^3$

Téléchargé depuis https://mathovore.fr - Mathovore site de maths.